

אלגברה – גיאומטריה אנליטית

פרק שני

משוואת הישר ותיאורו הגרפי

הערה: בספר מתמטיקה (4 ו-5 יח"ל) חלק א' שאלונים 035804 ו-035806 מופיעים בקיצור נושאים בגיאומטריה אנליטית. בספר זה נחזור ונדון בצורה מפורטת בנושאים הנ"ל.

מערכת צירים

בספר מתמטיקה חלק א' מופיע הסבר על מערכת צירים וכיצד לשרטט בה נקודות.

המשוואה המפורשת של הישר ותיאורו הגרפי

בספר מתמטיקה חלק א' מופיעים הנושא המשוואה המפורשת של הישר ותיאורו

הגרפי. נזכיר:

המשוואה המפורשת של הישר – משוואה מהצורה $y = mx + b$ (כאשר m ו- b הם פרמטרים קבועים) נקראת המשוואה המפורשת של הישר.

המשוואה הנ"ל נקראת פונקציה ממעלה ראשונה והתיאור הגרפי שלה הוא קו ישר. הפרמטר m נקרא שיפוע הישר והפרמטר b נקרא המקדם החופשי. בספר מתמטיקה חלק א' מופיעות דוגמאות וכן מופיע הסבר כיצד לתאר גרף של ישר ומהי המשמעות של הפרמטרים m ו- b .

תרגילים

(משוואת הישר ותיאורו הגרפי)

הערה: ראה גם תרגילים בספר מתמטיקה חלק א'.

מערכת צירים

בתרגילים הבאים נתונים שלושה קודקודים של משולש.

א) שרטט את המשולש במערכת הצירים. **ב)** חשב את שטח המשולש.

1) $(-2, 1)$, $(3, 5)$, $(3, -2)$ **2)** $(-4, 5)$, $(1, -3)$, $(-4, -1)$

בתרגילים הבאים נתונים ארבעת הקודקודים של מקבילית.

א) שרטט את המקבילית. ב) חשב את שטחה.

3) $(0,0), (5,0), (7,3), (2,3)$ 4) $(0,-3), (4,-1), (4,6), (0,4)$

בתרגילים הבאים נתונים ארבעת הקודקודים של טרפז.

א) שרטט את הטרפז. ב) חשב את שטחו.

5) $(0,0), (5,0), (3,3), (0,3)$ 6) $(-3,0), (6,0), (5,4), (-1,4)$

בתרגילים הבאים נתונים ארבעת הקודקודים של מרובע.

א) שרטט את המרובע.

ב) קבע (ללא הוכחה) איזה מרובע מתקבל.

ג) חשב את שטחו.

7) $(-3,-3), (5,-3), (5,1), (-3,1)$ 8) $(-2,-3), (4,-4), (4,3), (-2,1)$

9) $(-3,-2), (2,-2), (2,3), (-3,3)$ 10) $(-2,-5), (1,-4), (1,5), (-2,4)$

11) $(-3,-3), (4,-3), (1,2), (-1,2)$ 12) $(3,-2), (5,2), (3,6), (1,2)$

בתרגילים הבאים נתונים קודקודים של משולש.

א) שרטט את המשולש.

ב) חשב את שטח המשולש. (הדרכה: בנה טרפז מתאים הכולל בתוכו את המשולש

וחסר משטח הטרפז שטחים של שני משולשים).

13) $(-4,1), (2,5), (3,-2)$ 14) $(-2,3), (4,6), (1,-2)$

15) שני קודקודים של משולש הם בנקודות $(3,-2)$ ו- $(3,6)$. הקודקוד השלישי נמצא

על ציר ה- x . נתון ששטח המשולש הוא 20.

מצא את שיעורי הקודקוד השלישי. (הבחן בין שתי אפשרויות).

משוואת הישר ותיאורו הגרפי

המשוואה המפורשת של הישר היא:	$y = mx + b$
------------------------------	--------------

שרטט את הגרפים של הישרים הבאים: (השרטוטים אינם מופיעים בתשובות)

16) $y = 2x$ 17) $y = -3x$ 18) $y = \frac{1}{4}x$

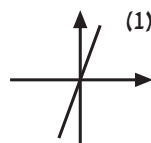
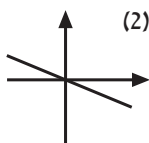
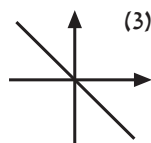
19) $y = -\frac{1}{2}x$ 20) $y = 2x - 3$ 21) $y = -x + 4$

$$x = 2 \quad (24)$$

$$y = 3 \quad (23)$$

$$y = \frac{1}{2}x + 1 \quad (22)$$

(25) מצא (מבלי לשרטט) איזה ציור משמאל מתאים לכל אחת ממשוואות הישרים שמימין:
(הדרכה: כתוב תחילה את משוואות הישרים בצורה $y = mx$).



א. $x - y = 0$

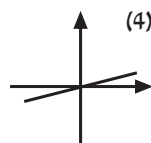
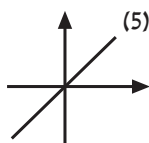
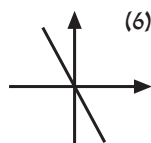
ב. $y + 2x = 0$

ג. $4y = x$

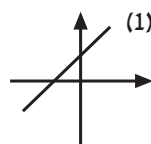
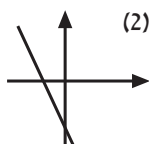
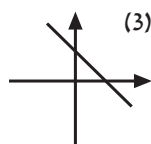
ד. $x = \frac{1}{3}y$

ה. $5y + 2x = 0$

ו. $x + y = 0$



(26) מצא (מבלי לשרטט) איזה ציור משמאל מתאים לכל אחת ממשוואות הישרים שמימין:
(הדרכה: כתוב תחילה את משוואות הישרים בצורה $y = mx + b$).



א. $y - x = -2$

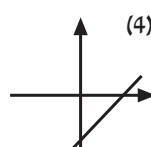
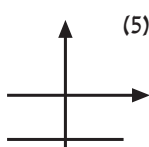
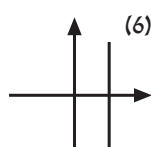
ב. $x = -y + 1$

ג. $y + 3 = 0$

ד. $y + 2 = -2x$

ה. $1 - x = 0$

ו. $y - x = 1$



תשובות (משוואת הישר ותיאורו הגרפי):

- (1) 17.5 (2) 15 (3) 15 (4) 28 (5) 12 (6) 30 (7) ב. מלבן. ג. 32.
(8) ב. טרפז. ג. 33 (9) ב. ריבוע. ג. 25 (10) ב. מקבילית. ג. 27 (12) ב. מעוין.
ג. 16 (13) ב. 23 (14) ב. 19.5 (15) (8,0) או (-2,0) (25) א. (5) ב. (6) ג. (4).
ד. (1) ה. (2) ו. (3) א. (4) ב. (3) ג. (5) ד. (2) ה. (6) ו. (1).

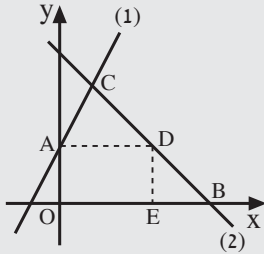
נקודות חיתוך, אורכי קטעים ושטחים – הישר

נקודות חיתוך של ישר עם הצירים ושל שני ישרים
בספר מתמטיקה חלק א' מוסבר כיצד למצוא נקודות חיתוך של ישר עם הצירים
ושל שני ישרים.

חישובים של אורכי קטעים ושטחים

נביא דוגמא הקשורה לחישוב אורכי קטעים ושטחים.

דוגמא:



הישרים AC ו-BC הם בהתאמה הגרפים של הפונקציות:

$$(1) \quad y = 2x + 2, \quad (2) \quad y = -x + 5$$

א. מצא את שיעורי הנקודות A, B ו-C.

ב. דרך A מעבירים ישר המקביל לציר ה-x שחותך

את הישר (2) בנקודה D. דרך D מעבירים אנך לציר

ה-x שחותך את ציר ה-x בנקודה E. חשב את שיעורי

הנקודה E.

ג. חשב את שטח המלבן OADE.

פתרון:

א. חישוב שיעורי A – הנקודה A נמצאת על ציר ה-y ועל הישר $y = 2x + 2$.

אם נציב במשוואה $x = 0$ נקבל $y = 2$. לכן $A = (0, 2)$.

חישוב שיעורי B – הנקודה B נמצאת על ציר ה-x ועל הישר $y = -x + 5$.

אם נציב במשוואה $y = 0$ נקבל $x = 5$. לכן $B = (5, 0)$.

חישוב שיעורי C – הנקודה C היא נקודת החיתוך של שני הישרים ולכן צריך לפתור

$$\begin{cases} y = 2x + 2 \\ y = -x + 5 \end{cases} \quad \text{הפתרון הוא } x = 1, y = 4 \quad \text{ולכן } C = (1, 4)$$

ב. אם AD מקביל לציר ה-x אז שיעור ה-y של A שווה לשיעור ה-y של D, כלומר

$$y_D = y_A = 2 \quad \text{אם DE מאונך לציר ה-x אז שיעור ה-x של D שווה לשיעור ה-x של E}$$

של E. הנקודה D נמצאת על הישר $y = -x + 5$. אם נציב $y = 2$ נקבל $x = 3$.

כלומר $x_D = 3$. לכן גם $x_E = 3$. הנקודה E על ציר ה-x לכן $y_E = 0$.

$$\text{לסיכום } E = (3, 0)$$

ג. עפ"י התוצאות של הסעיפים הקודמים: $OA = y_A = 2$, $OE = x_E = 3$, לכן השטח:

$$S_{\text{OADE}} = OA \cdot OE = 2 \cdot 3 = 6$$

הערה:

כאשר קטע מסוים נמצא על ישר נתון מקובל להגיד שמשוואת הקטע היא משוואת

הישר.

לדוגמא: בדוגמא האחרונה הצלע AC של המשולש ACD נמצאת על הישר $y = 2x + 2$.

במקרה כזה אומרים שמשוואת הצלע AC היא $y = 2x + 2$. באופן דומה משוואת

הצלע CD היא $y = -x + 5$.

תרגילים (נקודות חיתוך, אורכי קטעים ושטחים – הישר)

הערה: ראה גם תרגילים בספר מתמטיקה חלק א'.

נקודות החיתוך של הישר עם הצירים ושל שני ישרים

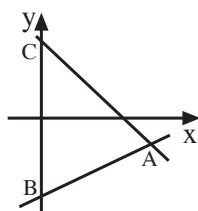
מצא ע"י חישוב את שיעורי נקודות החיתוך של הישרים הבאים עם הצירים:

$y = -2x - 12$ (3)	$y = 5x$ (2)	$y = \frac{1}{2}x - 4$ (1)
$x = -7$ (6)	$y = 6$ (5)	$y = -6x - 15$ (4)

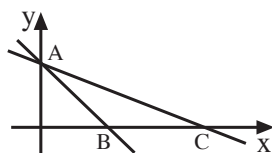
מצא את נקודות החיתוך של הישרים הבאים ע"י חישוב ובעזרת תיאור גרפי:

$3x - 4y = 0$ (9)	$y = 2x - 3$ (8)	$y = x + 5$ (7)
$y = \frac{1}{2}x - 1$	$y = -3x + 2$	$y = -x + 1$
$y = 2x + 5$ (12)	$y = -\frac{1}{2}x + 5$ (11)	$y = 7$ (10)
$6x + 15 = 3y$	$y = -\frac{1}{2}x - 3$	$x = -3$

חישובים של אורכי קטעים ושטחים

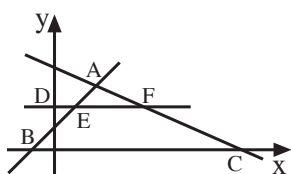


- (13) הישרים AB ו-AC הם בהתאמה הגרפים של הפונקציות $y = \frac{1}{2}x - 3$ ו- $y = 3 - x$.
 א. חשב את שיעורי הנקודות A, B ו-C ואת שטח המשולש ABC.
 ב. מצא את נקודת החיתוך של כל ישר עם ציר ה-x.

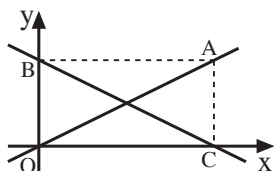


- (14) הישרים שבציור הם הגרפים של הפונקציות:
 (1) $x + y = 2$, (2) $2x + 5y = 10$.
 א. זהה את הישרים ומצא את שיעורי הנקודות A, B ו-C.
 ב. חשב את שטח המשולש ABC.

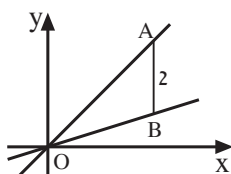
- (15) הישרים $2x - 3y = -1$ ו- $x + y = -8$ נחתכים בנקודה A.
 א. חשב את המרחק של הנקודה A מהישר: (1) $y = 4$, (2) $x = -1$.
 ב. מצא את המשוואות של שני הישרים המאונכים לציר ה-x שמרחק הנקודה A מהם הוא 5.



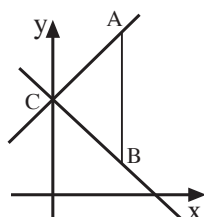
- 16** בציור מתוארים הישרים (1) $y = x + 1$ ו-(2) $y = -\frac{1}{2}x + 4$.
 דרך הנקודה $D(0, 2)$ העבירו ישר המקביל
 לציר ה- x שחותך את הישרים בנקודות E ו-F.
 א. זהו את הישרים וחשבו את שיעורי הנקודות
 A, B, C, E ו-F.
 ב. חשבו את: (1) שטח המשולש ABC. (2) שטח הטרפז BCFE.



- 17** הישרים AO ו-BC הם בהתאמה הגרפים של הפונקציות
 $y = \frac{1}{2}x$ ו- $y = -\frac{1}{2}x + 3$. הקטע AB מאונך לציר ה- y .
 א. חשבו את שיעורי הנקודות A, B ו-C.
 ב. הוכח שהקטע AC מקביל לציר ה- y וחשבו את שטח
 המרובע ABOC.

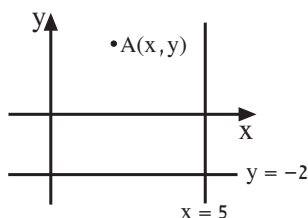


- 18** הישרים AO ו-BO הם בהתאמה הגרפים של הפונקציות
 $y = x$ ו- $y = \frac{1}{3}x$. הקטע AB נמצא ברביע הראשון,
 הוא מקביל לציר ה- y ואורכו 2.
 מצא את שיעורי הנקודות A ו-B. **(הדרכה:** שיעור ה- x
 של A שווה לשיעור ה- x של B, כמו כן אורך הקטע AB
 שווה להפרש שבין שיעור ה- y של A לשיעור ה- y של B).



- 19** בציור מתוארים הגרפים של הפונקציות
 $y = x + 6$ ו- $y = -x + 6$. הגרפים נחתכים בנקודה C
 הנמצאת על ציר ה- y . הקטע AB מאונך לציר ה- x
 ואורכו 8.
 חשבו את שטח המשולש ABC.

- 20** שני קודקודים של משולש ABC הם $B(-2, -1)$ ו- $C(6, -1)$.
 א. נתון שהקודקוד A נמצא על הישר $y = -x + 9$ ושטח המשולש ABC הוא 20.
 מצא את שיעורי הקודקוד A.
 ב. (ללא קשר לנתונים של סעיף א') מצא את שטח המשולש ABC אם הקודקוד A
 נמצא על הישר $y = 6$.



- 21** נתונים הישרים $x = 5$ ו- $y = -2$. הנקודה $A(x, y)$
 נמצאת משמאל לישר $x = 5$ ומעל לישר $y = -2$.
 א. הבע באמצעות x את המרחק של הנקודה A
 מהישר $x = 5$.
 (המשך השאלה בעמ' הבא)

- ב. הבע באמצעות y את המרחק של הנקודה A מהישר $y = -2$.
- ג. נתון שמרחק הנקודה A מהישר $x = 5$ קטן פי 3 ממרחקה מהישר $y = -2$. הראה ששיעורי הנקודה $A(x, y)$ מקיימים את הקשר $3x + y = 13$ (כלומר הנקודה A נמצאת על הישר $3x + y = 13$).

תשובות (נקודות חיתוך, אורכי קטעים ושטחים – הישר):

- (1) $(0, -4)$, $(8, 0)$. (2) $(0, 0)$. (3) $(0, -12)$, $(-6, 0)$. (4) $(0, -15)$, $(-2\frac{1}{2}, 0)$.
- (5) $(0, 6)$. (6) $(-7, 0)$. (7) $(-2, 3)$. (8) $(1, -1)$. (10) $(-3, 7)$. (11) אין חיתוך.
- (12) כל נקודות הישר $y = 2x + 5$ (הישרים מתלכדים). (13) א. $A(4, -1)$, $B(0, -3)$. ב. $C(0, 3)$, $C(5, 0)$, $B(2, 0)$, $A(0, 2)$; AC (2), AB (1).
- (14) א. $(3, 0)$, $(6, 0)$. ב. $(3, 0)$, $(6, 0)$. (15) א. (1) , (2) . ב. $x = -10$, $x = 0$. (16) א. (1) , (2) . ב. $A(2, 3)$, AC (2), AB (1).
- (17) א. $(5, 4)$. ב. (28) . (18) $B(3, 1)$, $A(3, 3)$. (19) $B(3, 1)$, $A(3, 3)$. (20) א. $(5, 4)$. ב. (28) . (21) א. $x - 5$. ב. $y + 2$.

האמצע של קטע

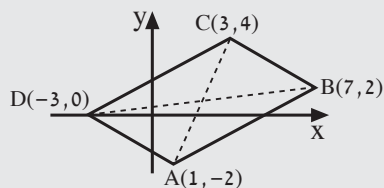
בספר מתמטיקה חלק א' מופיע הסבר כיצד למצוא את האמצע של קטע וכן מופיעה שם דוגמא. נזכיר את הנוסחה ונביא דוגמא עם מקבילית.

$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$	אמצע הקטע שקצותיו (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2) הוא בנקודה:
---	--

דוגמא:

הוכח שהמרובע $ABCD$ שקודקודיו הם: $A(1, -2)$, $B(7, 2)$, $C(3, 4)$, $D(-3, 0)$ הוא מקבילית.

פתרון:



נסתמך על המשפט: אם במרובע האלכסונים חוצים זה את זה אז המרובע הוא מקבילית.

נראה אם כן שאמצע האלכסון AC הוא גם

אמצע האלכסון BD . לגבי אמצע AC נקבל

$$x = \frac{1+3}{2} = 2, \quad y = \frac{-2+4}{2} = 1 \quad \text{כלומר האמצע}$$

הוא בנקודה $(2, 1)$. לגבי אמצע BD נקבל:

$$x = \frac{7-3}{2} = 2, \quad y = \frac{2+0}{2} = 1 \quad \text{ז"א גם אמצע } BD \text{ הוא בנקודה } (2, 1) \text{ ולכן המרובע}$$

$ABCD$ הוא מקבילית.

מסקנה:

עפ"י דרך הפתרון נוכל לנסח את המסקנה הבאה:

מרובע ABCD הוא מקבילית אם ורק אם $x_A + x_C = x_B + x_D$ וגם $y_A + y_C = y_B + y_D$.

הערה:

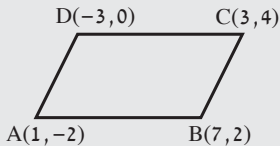
בדרך כלל רצוי לשרטט את הנתונים בצורה מדויקת למרות שהדבר לא הכרחי. היתרון של השרטוט המדויק שאפשר עפ"י השרטוט לבדוק אם התשובה נכונה. החיסרון הוא, בעיקר כאשר יש לשרטט ישרים, שהשרטוט המדויק שלהם לוקח הרבה זמן והוא די קשה.

לכן אפשר לשרטט את הנתונים גם ללא

מערכת צירים, כמו שעושים בגיאומטריה.

בציור משמאל משרטטת המקבילית ABCD של

הדוגמא האחרונה וליד כל קודקוד רשומים שיעוריו.



תרגילים (האמצע של קטע)

קטעים ומשולשים – אמצע קטע

הערה: ראה גם תרגילים בספר מתמטיקה חלק א'.

$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$	אמצע הקטע שקצותיו (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2) הוא בנקודה:
---	--

מצא את אמצעי הקטעים הבאים עפ"י שיעורי נקודות הקצה שלהם:

- (1) $(3, 1)$, $(0, -7)$ (2) $(-8, 7)$, $(4, 7)$ (3) $(2, -8)$, $(-2, 6)$

מצא את קצהו השני של קטע אם קצהו האחד הוא בנקודה שמימין והאמצע שלו הוא בנקודה שמשמאל:

- (4) $(5, 2)$, $(3, -4)$ (5) $(7, -1)$, $(-1, 2)$ (6) $(3, -2)$, $(2\frac{1}{2}, -1\frac{1}{2})$

- (7) הנקודה $(5, -7)$ היא אמצע הקטע שקצותיו הם $A(x, -19)$, $B(1, y)$

מצא את x ואת y.

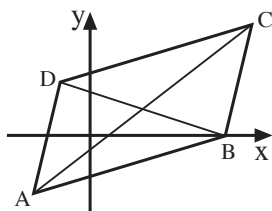
- (8) קצהו האחד של קטע הוא על ציר ה-x, קצהו השני על ציר ה-y והאמצע שלו הוא בנקודה $(-1, 6)$.

מצא את קצות הקטע.

- 9) קודקודיו של משולש ABC הם $A(3,5)$, $B(-2,1)$, $C(4,-3)$. AD הוא התיכון לצלע BC. מצא את אמצע AD.

- 10) במשולש ABC הקודקוד A הוא בנקודה $(3,4)$. אמצע הצלע AB הוא בנקודה $(1,3)$ ואמצע הצלע AC הוא בנקודה $(5,1)$. מצא את:
א. הקודקודים B ו-C.
ב. אמצע הצלע BC.

מקבילית – אמצע קטע



- 11) קודקודיו של מרובע ABCD הם:
 $A(-2, -2)$, $B(5, 0)$, $C(6, 4)$, $D(-1, 2)$.
א. מצא את אמצעי האלכסונים AC ו-BD.
ב. הסבר מדוע המרובע הוא מקבילית.

- 12) הוכח שהנקודות הבאות הן קודקודים של מקבילית:
 $(-2, 1)$, $(2, 2)$, $(7, -1)$, $(3, -2)$

בתרגילים הבאים נתונים שני קודקודים סמוכים של מקבילית ABCD (הנקודות A ו-B) ומפגש האלכסונים (הנקודה O). מצא את שני הקודקודים האחרים של המקבילית:

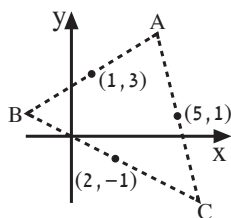
- 13) $A(1, -1)$, $B(7, 0)$, $O(2, 1)$ 14) $A(-3, -2)$, $B(5, 2)$, $O(2, 3)$

נתונים 3 קודקודים של מקבילית ABCD. מצא את הקודקוד D:

- 15) $A(-1, -2)$, $B(5, -1)$, $C(7, 3)$ 16) $A(-1, -8)$, $B(6, -5)$, $C(-2, 1)$

- 17) קודקודיו של מרובע הם: $(-1, -3)$, $(5, -5)$, $(9, 1)$, $(7, 5)$.
א. מצא את אמצעי הצלעות של המרובע.
ב. הוכח שאמצעי הצלעות הם קודקודים של מקבילית.

- 18) במשולש ABC נתון: $A(1, -5)$, $B(9, -1)$, $C(-3, 7)$.
א. מצא את שלושת אמצעי הצלעות.
ב. הראה ששלושת אמצעי הצלעות ביחד עם כל קודקוד במשולש הם קודקודים של מקבילית. (שלוש מקביליות).

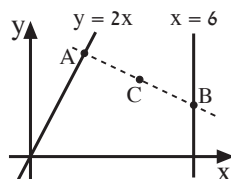


- 19) אמצעי צלעותיו של משולש הם בנקודות:
 $(1, 3)$, $(5, 1)$, $(2, -1)$.
 מצא את קודקודי המשולש.
 (הדרכה: ראה את התרגיל הקודם).

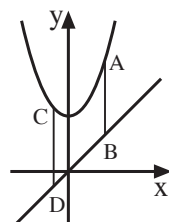
תרגילים שונים – אמצע קטע

- 20) הוכח שהישר $3x - 5y = -7$ חוצה את הקטע AB שקצותיו הם $A(-2, 1)$ ו- $B(14, 9)$.
 21) נתון שהישר $-3x + 7y = k$ חוצה את הקטע AB שקצותיו הם: $A(-2, 5)$ ו- $B(10, -3)$.
 מצא את k .

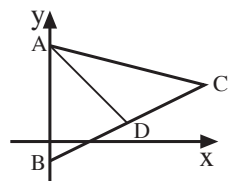
- 22) הצלעות של מלבן ABCD מקבילות לצירים. M היא נקודת המפגש של אלכסוני המלבן AC ו-BD. נתון: $B(9, 12)$, $M(6, 8)$. מצא את:
 א. שיעורי הקודקוד D. ב. שיעורי הקודקוד A. ג. שטח המלבן.



- 23) נתונים הישרים $y = 2x$ ו- $x = 6$ והנקודה $C(4, 3)$.
 דרך C עובר ישר החותך את הישרים הנ"ל בנקודות A ו-B.
 בהתאמה כך ש-C אמצע הקטע AB.
 מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.



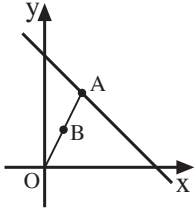
- 24) בצויר שלפניך משורטטים הגרפים של הפרבולה $y = x^2 + 3$ והישר $y = x$.
 הקטעים AB ו-CD מאונכים לציר ה-x ואורכם 5.
 א. חשב את שיעור ה-x של A ו-B ואת שיעור ה-x של C ו-D.
 ב. מצא את שיעורי הנקודות A, B, C ו-D.
 ג. הוכח שהמרובע ABCD הוא מקבילית.



- 25) במשולש ABC הצלע AB נמצאת על ציר ה-y. משוואת התיכון AD לצלע BC היא $y = -x + 5$ ונתון: $C(8, 3)$.
 א. מצא את שיעורי הקודקוד A.
 ב. מצא את שיעורי הנקודה D (אמצע הצלע BC).
 ג. מצא את שיעורי הקודקוד B.

- 26) במקבילית ABCD משוואות האלכסונים AC ו-BD הן בהתאמה $3x - 2y = -1$ ו- $x + 4y = 9$.
 שני קודקודים הם $A(-3, -4)$ ו- $B(-7, 4)$.
 מצא את שני הקודקודים האחרים של המקבילית.

(27) במקבילית ABCD משוואות הצלעות AB ו-AD הן בהתאמה $4x+y+6=0$ ו- $2x-5y-8=0$. משוואת האלכסון BD היא $x+3y-4=0$. מצא את קודקודי המקבילית.



(28) הנקודה $A(x, y)$ היא נקודה כלשהי על הישר $x+y=6$. הנקודה O היא ראשית הצירים. הנקודה $B(x_1, y_1)$ היא אמצע הקטע AO. הבע את x_1 באמצעות x ואת y_1 באמצעות y . ב. הראה שהשיעורים x_1 ו- y_1 של הנקודה $B(x_1, y_1)$ מקיימים את המשוואה $x_1+y_1=3$ (כלומר הנקודה B נמצאת על הישר $x+y=3$).

תשובות (האמצע של קטע):

- (1) $(1.5, -3)$ (2) $(-2, 7)$ (4) $(1, -10)$ (5) $(-9, 5)$ (6) $(2, -1)$ (7) $(9, 5)$ (8) $(-2, 0)$, $(0, 12)$ (9) $(2, 2)$ (10) א. $B(-1, 2)$, $C(7, -2)$ ב. $(3, 0)$ (11) א. $(2, 1)$, $(2, 1)$ (13) $(2, 1)$, $C(3, 3)$, $D(-3, 2)$ (14) $C(7, 8)$, $D(-1, 4)$ (15) $(1, 2)$ (16) $(-9, -2)$ (17) א. $(2, -4)$, $(7, -2)$, $(8, 3)$, $(3, 1)$ (19) $A(4, 5)$, $B(-2, 1)$, $C(6, -3)$ (21) -5 (22) א. $(3, 4)$ ב. $(3, 12)$ או $(9, 4)$ ג. 48 (23) $A(2, 4)$, $B(6, 2)$ (25) א. $(0, 5)$ ב. $(4, 1)$ ג. $(0, -1)$ (26) $(5, 8)$, $(9, 0)$ (27) $(-1, -2)$, $(-2, 2)$, $(3, 4)$, $(4, 0)$ (28) א. $\frac{x}{2}, \frac{y}{2}$

המרחק בין שתי נקודות

בספר מתמטיקה חלק א' מופיע הסבר כיצד למצוא את המרחק שבין שתי נקודות. נזכיר את הנוסחה ונביא דוגמאות.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad \text{המרחק בין הנקודות } (x_1, y_1) \text{ ו- } (x_2, y_2) \text{ הוא:}$$

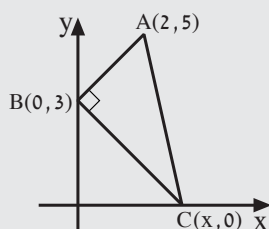
דוגמא א':

קודקודיו של משולש ABC הם $A(3, 6)$, $B(-2, 1)$, $C(4, -1)$. הוכח שהמשולש הוא שווה שוקיים. ($AB = AC$).

פתרון:

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(3+2)^2 + (6-1)^2} = \sqrt{25+25} = \sqrt{50} & \text{AC-ו-AB הצלעות} \\ AC &= \sqrt{(3-4)^2 + (6+1)^2} = \sqrt{1+49} = \sqrt{50} \end{aligned}$$

לכן $AB = AC$.



דוגמא ב':

המשולש ABC שבציור הוא ישר זווית

$(\angle B = 90^\circ)$. נתון: $A(2, 5)$, $B(0, 3)$

והקודקוד C נמצא על ציר ה-x.

א. מצא את שיעורי הקודקוד C.

ב. חשב את שטח המשולש ABC.

פתרון:

א. היות והנקודה C נמצאת על ציר ה-x אז שיעור ה-y שלה הוא אפס. נניח אם כן ששיעורי C הם $C = (x, 0)$ וצריך למצוא את x. נחשב תחילה את ריבועי הצלעות

בעזרת הנוסחה למרחק בין שתי נקודות: $AB^2 = (0-2)^2 + (3-5)^2 = 4+4 = 8$

$$BC^2 = (x-0)^2 + (0-3)^2 = x^2 + 9$$

$$AC^2 = (x-2)^2 + (0-5)^2 = x^2 - 4x + 4 + 25$$

המשולש ABC הוא ישר זווית $(\angle B = 90^\circ)$ ולכן עפ"י משפט פיתגורס מתקיים:

$$AB^2 + BC^2 = AC^2 \quad \text{מכאן נקבל את המשוואה:} \quad 8 + x^2 + 9 = x^2 - 4x + 29$$

$$\text{כלומר } 4x = 12, \text{ ז"א } x = 3 \text{ ולכן } C = (3, 0)$$

ב. שטח משולש ישר זווית שווה למחצית מכפלת אורכי הניצבים זה בזה, כלומר:

$$S = \frac{AB \cdot BC}{2}. \text{ כפי שראינו } AB^2 = 8 \text{ ועפ"י מה שקיבלנו } BC^2 = x^2 + 9 = 9 + 9 = 18$$

$$\text{לכן } AB = \sqrt{8} \text{ וכן } BC = \sqrt{18}. \text{ מכאן } S = \frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt{18}}{2} = \frac{\sqrt{144}}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

ז"א שטח המשולש הוא 6.

הערה: אפשר לפתור את סעיף א' גם בהסתמך על ניצבות של ישרים. (ראה עמ' 130).

תרגילים

(המרחק בין שתי נקודות)

חישובי מרחקים

הערה: ראה גם תרגילים בספר מתמטיקה חלק א'.

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	המרחק בין הנקודות (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2) הוא:
--	---

מצא את המרחק בין הנקודות הבאות:

(1) $(-6, 3)$, $(2, -3)$ (2) $(3, 8)$, $(11, -7)$

(3) $(-1, -2)$, $(5, -4)$ (4) $(5, -9)$, $(2, -2)$

בתרגילים הבאים נתונות 3 נקודות A, B ו-C.

(א) מצא את אורכי הקטעים AB, BC ו-AC.

(ב) בהסתמך על התוצאות של סעיף א' הוכח שהנקודות A, B ו-C נמצאות על ישר אחד (ניתן להיעזר במחשבון). **(רמז: בדוק אם 3 הנקודות A, B ו-C יכולות להיות קודקודים של משולש).**

(5) $A(0,1)$, $B(4,4)$, $C(12,10)$ (6) $A(-1,0)$, $B(1,2)$, $C(2,3)$

(7) חשב את היקפו של המשולש שקודקדיו הם $(-4,9)$, $(-4,-5)$ ו- $(8,0)$.

הוכח (עפ"י הקודקודים) שהמשולשים הבאים הם שוי שוקיים $(AB = AC)$:

(8) $A(-2,4)$, $B(-1,-4)$, $C(5,0)$ (9) $A(-4,4)$, $B(3,-2)$, $C(5,2)$

הוכח שהמשולשים הבאים הם ישרי זווית $(\angle B = 90^\circ)$ וחשב את שטחם:

(10) $A(2,5)$, $B(5,-1)$, $C(1,-3)$ (11) $A(-3,-2)$, $B(-2,1)$, $C(4,-1)$

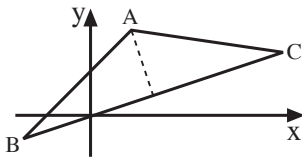
(12) במשולש ABC נתון: $A(2,4)$, $B(-3,-1)$, $C(9,3)$.

א. הוכח שהמשולש שווה שוקיים. $(AB = AC)$.

ב. מצא את אמצע הבסיס BC.

ג. מצא את אורך הגובה המורד מהקודקוד A לבסיס BC.

ד. חשב את שטחו של המשולש.



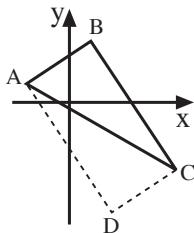
(13) א. חשב את שטחו של משולש שווה שוקיים ABC $(AB = AC)$ שבו $A(2,5)$,

$B(1,-3)$, $C(9,1)$. **(הדרכה: פתור עפ"י התרגיל הקודם החל מסעיף ב').**

ב. הנקודה D היא אמצע השוק AC. חשב את שטח המשולש ABD. **(הערה: אין צורך למצוא את שיעורי הנקודה D. הסתמך על כך ש-BD הוא תיכון במשולש).**

(14) הישר $3x - 4y + 24 = 0$ חותך את ציר ה-y בנקודה A ואת ציר ה-x בנקודה B.

חשב את אורך הקטע AB ומצא את האמצע שלו.



(15) קודקדיו של משולש ABC הם $A(-2,1)$, $B(1,3)$,

$C(5,-3)$.

א. הוכח שהמשולש ישר זווית $(\angle B = 90^\circ)$.

ב. מצא נקודה D כך שהמרובע ABCD הוא מלבן.

(הדרכה: כל מלבן הוא גם מקבילית).

16) במשולש ABC נתון $A(-2, 2)$, $B(1, -2)$, $C(5, 1)$.

א. הוכח שהמשולש ישר זווית ושווה שוקיים.

ב. מצא נקודה D כך שהמרובע ABCD הוא ריבוע וחשב את שטחו.

17) קודקודי מרובע ABCD הם $A(1, -3)$, $B(5, -1)$, $C(1, 7)$, $D(-3, 5)$.

א. הוכח שהמרובע הוא מלבן. (הדרכה: הוכח תחילה שהמרובע הוא מקבילית

ולאחר מכן הוכח שהאלכסונים שווים זה לזה. ראה גם תרגיל 64 בעמ' 137).

ב. חשב את שטח המלבן.

18) קודקודיו של מרובע הם $A(-1, -2)$, $B(10, 1)$, $C(3, 10)$, $D(-8, 7)$.

א. הוכח שהמרובע הוא מעוין. (הדרכה: הוכח תחילה שהמרובע הוא מקבילית

ולאחר מכן הוכח ששתי צלעות סמוכות שוות. ראה גם תרגיל 68 בעמ' 138).

ב. חשב את שטח המעוין. (הדרכה: שטח מעוין שווה למחצית מכפלת אלכסונו

זה בזה).

תרגילים עם משוואות – המרחק בין שתי נקודות

19) הנקודה $A(x, 6)$ נמצאת במרחקים שווים מהנקודות $(0, 5)$ ו- $(3, 4)$.

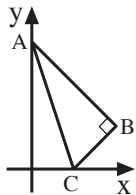
מצא את x.

20) מצא נקודה ששיעור ה-y שלה 5 ומרחקה מהנקודה $(2, 3)$ הוא $\sqrt{20}$.

21) מצא נקודה ששיעור ה-x שלה 3 ומרחקה מהנקודה $(4, 5)$ הוא $\sqrt{10}$.

22) מצא נקודה על ציר ה-x שמרחקה מהנקודה $(1, 3)$ הוא 5.

23) מצא נקודה על ציר ה-y שמרחקה מהנקודה $(4, 1)$ הוא $\sqrt{20}$.



24) במשולש ABC נתון:

$$B(4, 2), A(0, 6), \angle B = 90^\circ$$

והקודקוד C נמצא על ציר ה-x.

מצא את הקודקוד C.

25) במשולש ABC נתון: $\angle B = 90^\circ$, $A(10, 8)$, $B(4, 0)$ והקודקוד C נמצא

על ציר ה-y.

מצא את שיעורי הקודקוד C.

- (26) במשולש שווה שוקיים ABC ($AB = AC$) נתון $B(3,4)$, $C(1,-2)$. מצא את שיעורי הקודקוד A אם נתון שהוא נמצא על ציר ה- x .
- (27) במשולש ABC שווה שוקיים ($AB = AC$) נתון $A(8,3)$, $B(4,-5)$. מצא את שיעורי הקודקוד C אם נתון שהוא נמצא על ציר ה- y .
- (28) מצא נקודה הנמצאת על הישר $y = 2x$ שמרחקה מהנקודה $(3,1)$ הוא $\sqrt{5}$.
- (29) מצא נקודה הנמצאת על הישר $y = x+1$ שמרחקה מהנקודה $(1,-2)$ הוא $\sqrt{10}$.
- (30) מצא על הישר $y = x+3$ נקודה הנמצאת במרחקים שווים מהנקודות $(3,1)$ ו- $(-2,2)$. מהם המרחקים השווים?
- (31) הנקודה A נמצאת על הישר $y = 7$ ברביע הראשון. מרחק הנקודה A מציר ה- y שווה למרחקה מהנקודה $(2,3)$.
א. מצא את שיעורי הנקודה A .
ב. מצא את המרחקים השווים.
- (32) א. מצא על חלקו החיובי של ציר ה- y נקודה שמרחקה מהנקודה $(5,1)$ שווה למרחקה מציר ה- x .
ב. האם יש נקודה על חלקו השלילי של ציר ה- y שמרחקה מהנקודה $(5,1)$ שווה למרחקה מציר ה- x ? נמק.

תרגילים שונים – המרחק בין שתי נקודות

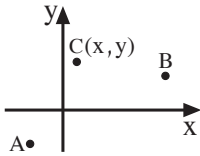
- (33) הישר $y = -2x+10$ חותך את ציר ה- y בנקודה C . דרך הנקודה $B(3,-3)$ מעבירים ישר המקביל לציר ה- y שחותך את הישר $y = -2x+10$ בנקודה A .
א. חשב את שיעורי הנקודה A .
ב. מצא איזה קטע ארוך יותר: הקטע AB או הקטע AC .
(הערה: נסה לענות על סעיף ב' מבלי להיעזר במחשבון).
ג. הנקודה D נמצאת על ציר ה- y כך שהמשולש ADC הוא שווה שוקיים $AC = AD$. חשב את שטח המשולש ADC . (הערה: אין צורך למצוא את קודקוד D).

- (34) הישר $y = 2x-1$ חותך את הפרבולה $y = (x-2)^2$ בנקודות A ו- B . מצא את אמצע הקטע AB וחשב את אורכו.

(35) נתונים הישרים $y = 2x$ ו- $y = \frac{1}{2}x$.

א. הראה שהישר $y = -x + 4$ חותך את הישרים הנ"ל במרחקים שווים מהראשית.

ב. הראה שלכל b ($b \neq 0$) הישר $y = -x + b$ חותך את הישרים הנ"ל במרחקים שווים מהראשית.



(36) נתונות הנקודות $A(-1, -1)$, $B(3, 1)$, $C(x, y)$.

א. הבע באמצעות x ו- y את המרחק בין הנקודות A ו-C.

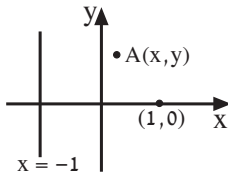
ב. הבע באמצעות x ו- y את המרחק בין הנקודות B ו-C.

ג. נתון שהנקודה C נמצאת במרחקים שווים מהנקודות

A ו-B. הראה שהשיעורים x ו- y של הנקודה C מקיימים

את המשוואה $2x + y = 2$ (ז"א הנקודה C נמצאת על הישר הנ"ל). **הערה:** הישר

$y = -2x + 2$ הוא האנך האמצעי לקטע AB. על האנך האמצעי לקטע ראה בעמ' 130.



(37) נתונים הישר $x = -1$ והנקודה $(1, 0)$.

$A(x, y)$ היא נקודה שנמצאת מימין לציר ה-y.

א. הבע באמצעות x את מרחק הנקודה A

מהישר $x = -1$.

ב. הבע באמצעות x ו- y את מרחק הנקודה A

מהנקודה $(1, 0)$.

ג. נתון שמרחק הנקודה A מהישר $x = -1$ שווה למרחק מהנקודה $(1, 0)$.

הראה שהשיעורים x ו- y של הנקודה $A(x, y)$ מקיימים את המשוואה $y^2 = 4x$.

תשובות (המרחק בין שתי נקודות):

- (1) 10. (2) 17. (3) $\sqrt{40}$. (5) א. 5, 10, 15. (6) א. $\sqrt{8}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{18}$. (7) 42. (10) 15.
- (11) 10. (12) ב. $(3, 1)$. ג. $\sqrt{10}$. ד. 20. (13) א. 30. ב. 15. (15) ב. $(2, -5)$.
- (16) א. ב. $(2, 5)$. (17) ב. 40. (18) ב. 120. (19) 2. (20) $(6, 5)$, $(-2, 5)$.
- (21) $(3, 2)$, $(3, 8)$. (22) $(5, 0)$, $(-3, 0)$. (24) $(2, 0)$. (25) $(0, 3)$. (26) $(5, 0)$.
- (27) $(0, 7)$ או $(0, -1)$. (28) $(1, 2)$. (29) $(0, 1)$, $(-2, -1)$. (30) $(1, 4)$, $\sqrt{13}$.
- (31) א. $(5, 7)$. ב. 5. (32) א. $(0, 13)$. (33) א. $(3, 4)$. ב. AB. ג. 18. (34) $(3, 5)$.
- $\sqrt{80}$. (36) א. $\sqrt{(x+1)^2 + (y+1)^2}$. ב. $\sqrt{(x-3)^2 + (y-1)^2}$. (37) א. $x+1$. ב. $\sqrt{(x-1)^2 + y^2}$.

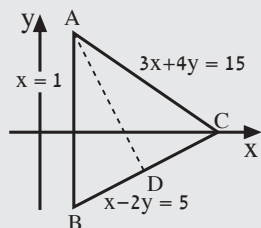
חיתוך, הקבלה והתלכדות של ישרים

המצב ההדדי של ישרים במישור

בספר מתמטיקה חלק א' מופיע הסבר על מצב הדדי של שני ישרים במישור וכן מופיעה דוגמא. סיכום האפשרויות מופיע בתחילת התרגילים שבעמ' הבא.

צורות הנדסיות – חיתוך והקבלה של ישרים

נביא דוגמא לבעיה עם משולש.



דוגמא:

במשולש ABC הצלע AB מונחת על הישר

$x = 1$, הצלע AC מונחת על הישר $3x+4y = 15$

והצלע BC מונחת על הישר $x-2y = 5$.

חשב את אורך התיכון AD לצלע BC.

פתרון:

נמצא תחילה את הקודקודים של המשולש.

קודקוד A נמצא על הישרים $x = 1$ ו- $3x+4y = 15$. מפתרון המשוואות נקבל

$A = (1, 3)$. באופן דומה קודקוד B נמצא על הישרים $x = 1$ ו- $x-2y = 5$.

כאן נקבל $B = (1, -2)$. קודקוד C נמצא על הישרים $3x+4y = 15$ ו- $x-2y = 5$.

ולכן $C = (5, 0)$. הנקודה D היא אמצע הצלע BC ולכן $D = (3, -1)$.

אורך התיכון AD הוא: $AD = \sqrt{(3-1)^2 + (-1-3)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$

תרגילים

(חיתוך, הקבלה והתלכדות של ישרים)

המצב ההדדי של ישרים במישור

המצב ההדדי של שני הישרים $y = m_1x + b_1$ ו- $y = m_2x + b_2$ הוא:

(1) אם $m_1 \neq m_2$ אז הישרים נחתכים בנקודה אחת.

(2) אם $m_1 = m_2$ ו- $b_1 \neq b_2$ אז הישרים מקבילים.

(3) אם $m_1 = m_2$ ו- $b_1 = b_2$ אז הישרים מתלכדים לישר אחד.

הערה: ראה גם תרגילים בספר מתמטיקה חלק א'.

קבע באילו מהתרגילים הבאים שני הישרים הם: (א) נחתכים (ב) מקבילים (ג) מתלכדים

$$2x+3y=4 \quad (3)$$

$$y=\frac{1}{2}x-3 \quad (2)$$

$$y=4x-2 \quad (1)$$

$$4x-6y=8$$

$$2y-x=7$$

$$y=-4x+5$$

$$4x-6=0 \quad (6)$$

$$2y+5=0 \quad (5)$$

$$6x-9y=9 \quad (4)$$

$$10x-15=0$$

$$y=3.5$$

$$y=\frac{2}{3}x-1$$

בתרגילים הבאים נתונות משוואות של שני ישרים עם פרמטר.

(א) מצא לאילו ערכי a הישרים מקבילים זה לזה.

(ב) מצא את משוואות הישרים כאשר הם מקבילים זה לזה. **(פרט לתרגיל 12).**

(9) $y = (a^2+3a)x+a+1$

(8) $y = ax+3$

(7) $y = (2a-3)x+4$

$y = (a+8)x-2a$

$y = \frac{1}{a}x-7$

$y = (5a+9)x-1$

(12) $y = -\frac{1}{2}x+2a$

(11) $y = (a^2-4a)x+a$

(10) $y = (a^2-3a)x+3$

$y = -\frac{1}{2}x-a^2$

$y = (a-6)x+2$

$y = 2ax + \frac{10}{a}$

מצא לאילו ערכי a (אם יש כאלה) הישרים הבאים הם:

(א) נחתכים **(ב)** מקבילים **(ג)** מתלכדים

(15) $y = a^2x-a$

(14) $y = a^2x-2$

(13) $y = a^2x-a$

$y = -x+1$

$y = 4x+a$

$y = 3ax$

(18) $y = (a^2-6a)x-a$

(17) $y = a^2x-a$

(16) $y = (a^2-2a)x-a$

$y = -8x-4$

$y = (2a+3)x+1$

$y = -x-1$

צורות הנדסיות – חיתוך והקבלה של ישרים

(19) האם ייתכן שמשוואות הצלעות של משולש הן: $2x+y=1$, $y=-\frac{1}{2}x+5$, $x+2y=4$?
נמק מבלי למצוא נקודות חיתוך.

(20) משוואות הצלעות של משולש הן: $y=3x+1$, $y=-2$, $x=2$.

מצא את אמצע הצלע שלא מקבילה לאחד מהצירים.

(21) משוואות הצלעות של משולש הן: $y=7x$, $y=\frac{1}{3}x$, $y=-x+8$.

א. מצא את קודקודי המשולש.

ב. הוכח שהמשולש שווה שוקיים.

(22) במשולש ABC נתון: $B(2, -3)$, הקודקוד A

נמצא על ציר ה-y, משוואת הצלע BC היא

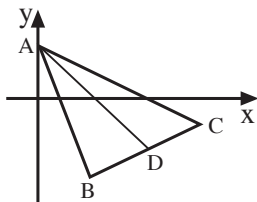
$y = \frac{1}{2}x-4$ ומשוואת התיכון AD לצלע BC

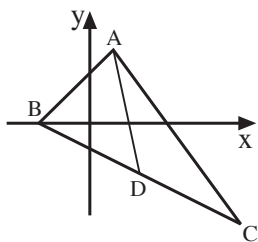
היא $y = -x+2$. מצא את:

א. שיעורי הנקודה D.

ב. שיעורי הקודקוד C.

ג. אורך הצלע AC.





- (23) במשולש ABC משוואת הצלע AB היא $y = x + 2$ ומשוואת הצלע BC היא $y = -\frac{1}{2}x - 1$.
 א. מצא את שיעורי הקודקוד B.
 ב. נתון שמשוואת התיכון AD לצלע BC היא $y = -5x + 8$. מצא את שיעורי הקודקוד A ואת שיעורי הנקודה D.
 ג. מצא את שיעורי הקודקוד C.

- (24) צלעות מרובע הן: $2x - 3y = 1$, $4x - y = 5$, $2x - 3y = -5$, $4x - y = -4$.
 הוכח שהמרובע הוא מקבילית.

- (25) צלעות מרובע הן: $x + 3y = -1$, $x - y = -4$, $x + 3y = 9$, $2x + y = 8$.
 הוכח שהמרובע הוא טרפז.

תשובות (חיתוך, הקבלה והתלכדות של ישרים):

- (1) א. (2) ב. (3) א. (4) ג. (5) ב. (6) ג. (7) א. -4. ב. $y = -11x + 4$.
 (8) $y = -11x - 1$. א. 1; -1. ב. $y = x + 3$, $y = x - 7$; $y = -x + 3$, $y = -x - 7$.
 (9) א. 2; -4. ב. $y = 10x + 3$, $y = 10x - 4$; $y = 4x - 3$, $y = 4x + 8$. (10) א. 5.
 ב. $y = 10x + 2$, $y = 10x + 3$. (11) א. 3. ב. $y = -3x + 3$, $y = -3x + 2$. (12) א. $a \neq 0$.
 (13) א. $a \neq 0$, $a \neq 3$. ב. 3. ג. 0. (14) א. $a \neq 2$, $a \neq -2$. ב. 2. ג. -2.
 (15) א. כל a. ב. אף a. ג. אף a. (16) א. $a \neq 1$. ב. אף a. ג. 1. (17) א. $a \neq 3$.
 -1. ג. 3. ב. a. (18) א. $a \neq 2$, $a \neq 4$. ב. 2. ג. 4. (19) לא. (20) $(\frac{1}{2}, 2\frac{1}{2})$.
 (22) א. (4, -2). ב. (6, -1). ג. $\sqrt{45}$. (23) א. (-2, 0). ב. A(1, 3), D(2, -2).
 ג. (6, -4).

משוואת ישר עפ"י שיפועו ונקודה שעליו

בספר מתמטיקה חלק א' מופיע הסבר כיצד למצוא משוואת ישר עפ"י שיפועו ונקודה שעליו. מופיעות שם גם שתי דוגמאות.

נזכיר את הנוסחה:

משוואתו של הישר ששיפועו m והוא עובר דרך הנקודה (x_1, y_1) היא:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

תרגילים (משוואת ישר עפ"י שיפועו ונקודה שעליו)

ישרים – משוואת ישר עפ"י שיפועו ונקודה שעליו

משוואת הישר ששיפועו m והוא עובר בנקודה (x_1, y_1) היא: $y - y_1 = m(x - x_1)$

הערה: ראה גם תרגילים בספר מתמטיקה חלק א'.

מצא את משוואת הישר ששיפועו m (מימין) והוא עובר בנקודה (משמאל):

(1) $(2, 0), m = -4$ (2) $(6, -2), m = \frac{1}{2}$ (3) $(3, 7), m = -\frac{1}{3}$

בתרגילים הבאים מצא את משוואת הישר:

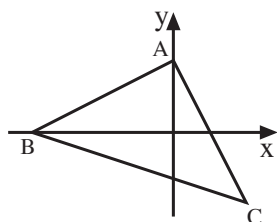
- (4) המקביל לישר $y = 3x - 7$ והעובר בנקודה $(-2, 2)$.
- (5) העובר דרך הנקודה $(2, -7)$ והמקביל לישר $y = -6x + 1$.
- (6) העובר בנקודה $(-2, -1)$ והמקביל לישר $y = \frac{2}{5}x + 3$.
- (7) העובר דרך ראשית הצירים והמקביל לישר $3x + 4y = 6$.
- (8) המקביל לישר $2x + y - 5 = 0$ והעובר בנקודה $(-3, 2)$.
- (9) העובר דרך הנקודה $(2\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$ והמקביל לישר $x + 2y = 5$.
- (10) המקביל לישר $y = -7$ והעובר בנקודה $(-1, -4)$.
- (11) העובר בנקודה $(-4, 5)$ ויוצר עם ציר ה- x זווית ישרה.

מצא את משוואת הישר:

- (12) ששיפועו -4 והוא חותך את ציר ה- y בחלקו השלילי במרחק 5 מהראשית.
- (13) המקביל לישר $4x + 10y = 3$ והחותך את ציר ה- x בנקודה שמרחקה מהראשית 2.
- (14) המקביל לישר $6x + 9y - 1 = 0$ והעובר דרך קודקוד הפרבולה $y = 2x^2 + 8x + 9$.
- (15) המקביל לישר $x = -2$ והעובר דרך נקודת החיתוך של הישרים $y = \frac{1}{3}x + 1$ ו- $y = -2x + 8$.

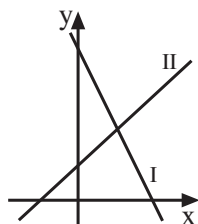
- 16** נתונים הישרים (1) $y = x - 4$ ו-(2) $y = 3x$ והנקודות $A(-1, 7)$ ו- $B(7, 3)$. מצא משוואות של שני ישרים שאחד מהם מקביל לישר (1), השני מקביל לישר (2) והם נחתכים בנקודת האמצע של הקטע AB .

צורות הנדסיות – משוואת ישר עפ"י שיפועו ונקודה שעליו



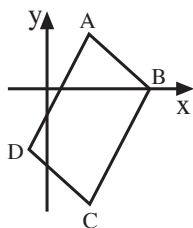
- 17** במשולש ABC משוואת הצלע AB היא $y = \frac{1}{2}x + 3$. הקודקוד A נמצא על ציר ה- y והקודקוד B נמצא על ציר ה- x . שיפוע הצלע AC הוא -2 ושיפוע הצלע BC הוא $-\frac{1}{3}$. מצא את קודקודי המשולש.

- 18** במשולש ABC משוואת הצלע AB היא $y = x + 2$ ומשוואת הצלע AC היא $y = -\frac{1}{2}x - 4$. הישר שעליו מונחת הצלע BC עובר בנקודה $(0, 5)$ והוא מקביל לישר $y = -2x + 7$. מצא את קודקודי המשולש.



- 19** לפניך שרטוט של שני ישרים I ו-II. נתונות שלוש משוואות (1), (2) ו-(3):
 (1) $y = x + 1$
 (2) $y = -2x + 4$
 (3) $y = 2x + 4$

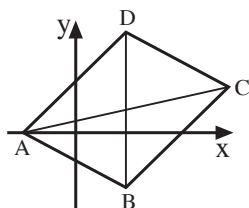
- א. איזו מבין המשוואות (1), (2), (3) מתאימה לישר I ואיזו מתאימה לישר II? נמק את תשובתך.
 ב. מצא את משוואת הישר העובר דרך ראשית הצירים $(0, 0)$ והמקביל לישר I.
 ג. מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודת החיתוך של הישר I עם ציר ה- x ויוצר יחד עם הישרים I ו-II וישר שמצאת בסעיף ב' מקבילית.



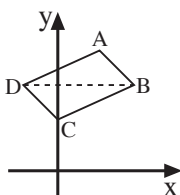
- 20** במקבילית $ABCD$ הצלעות AB ו- AD נמצאות בהתאמה על הישרים $y = -x + 5$ ו- $y = 2x - 1$. נתון: $C = (2, -6)$.
 א. מצא את משוואות הישרים שעליהם נמצאות הצלעות CD ו- CB .
 ב. מצא את שיעורי הקודקודים B ו-D.

- 21** במקבילית $ABCD$ משוואת הצלע AB היא $y = 2x - 4$ ומשוואת הצלע AD היא $y = -x + 8$. קודקוד B נמצא על ציר ה- x וקודקוד D נמצא על ציר ה- y . מצא את המשוואות של הצלעות BC ו- CD .

- 22** במקבילית ABCD הקודקודים A ו-C נמצאים על הישר $y = 3$. שיפוע הצלע AB הוא $-\frac{1}{2}$ ושיפוע הצלע BC הוא 1. נתון $B = (2, 1)$.
 א. מצא את שיעורי A ו-C.
 ב. מצא את שיעורי D.



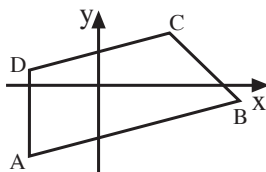
- 23** במקבילית ABCD משוואת הצלע AB היא $y = -\frac{1}{2}x - 1$ ומשוואת הצלע AD היא $y = x + 2$.
 א. מצא את הקודקוד A.
 ב. נתון שמפגש אלכסוני המקבילית הוא בנקודה $(2, 1)$. מצא את הקודקוד C.
 ג. מצא את משוואת הצלע BC.
 ד. מצא את הקודקוד B ואת הקודקוד D.



- 24** במקבילית ABCD נתון: $B(4, 5)$. הצלע AD מונחת על הישר $y = \frac{1}{2}x + 6$ והאלכסון BD מקביל לציר ה-x.
 א. מצא את שיעורי הקודקוד D.
 ב. נתון ששיפוע הצלע CD הוא -1. מצא את משוואת הישר שעליו מונחת הצלע AB.
 ג. מצא את שיעורי הקודקודים A ו-C.

- 25** במקבילית ABCD הצלע AB מונחת על הישר $y = x - 6$ והאלכסון BD מונח על הישר $y = 3x - 4$. שיעורי קודקוד C הם $(-3, -3)$.
 חשב את שיעורי הקודקודים B ו-D.

- 26** משוואות של שתי צלעות במקבילית הן $y = \frac{1}{3}x$ ו- $y = 2x - 1$. מפגש האלכסונים הוא בנקודה $(3, 3)$.
 מצא את המשוואות של שתי הצלעות האחרות.



- 27** בטרפז ABCD ($AB \parallel CD$) משוואת הצלע AB היא $y = \frac{1}{4}x - 3$ ונתון $C(4, 3)$.
 א. מצא את משוואת הצלע CD.
 ב. נתון שמשוואת הצלע AD היא $x = -4$. מצא את שיעורי A ו-D.
 ג. נתון ששיפוע הצלע BC הוא -1. מצא את שיעורי B.

תשובות (משוואת ישר עפ"י שיפועו ונקודה שעליו):

- (1) $y = -4x + 8$ (2) $y = \frac{1}{2}x - 5$ (4) $y = 3x + 8$ (5) $y = -6x + 5$ (6) $y = \frac{2}{5}x - \frac{1}{5}$
 (7) $y = -\frac{3}{4}x$ (8) $y = -2x - 4$ (9) $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$ (10) $y = -4$ (11) $x = -4$
 (12) $y = -4x - 5$ (13) $y = -\frac{2}{5}x + \frac{4}{5}$, $y = -\frac{2}{5}x - \frac{4}{5}$ (14) $y = -\frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$ (15) $x = 3$
 (16) $y = 3x - 4$, $y = x + 2$ (17) $A(0, 3)$, $B(-6, 0)$, $C(3, -3)$ (18) $A(-4, -2)$, $B(1, 3)$
 (19) $C(6, -7)$ א. I (2), II (1). ב. $y = -2x$ ג. $y = x - 2$ ד. $y = -x - 4$ א.
 (20) $y = 2x - 10$ ב. $A(5, 0)$, $B(-1, -3)$ (21) $y = -x + 2$, $y = 2x + 8$ (23) א. $(-2, 0)$
 ב. $(6, 2)$ ג. $y = x - 4$ ד. $(2, -2)$, $(2, 4)$ (24) א. $(-2, 5)$ ב. $y = -x + 9$ ג. $(2, 7)$
 (0, 3) (25) $(-1, -7)$, $(2, 2)$ (26) $y = \frac{1}{3}x + 4$, $y = 2x - 6$ (27) א. $y = \frac{1}{4}x + 2$
 ב. $A(-4, -4)$, $D(-4, 1)$ ג. $(8, -1)$.

משוואת ישר עפ"י שתי נקודות שעליו

ישרים – משוואת ישר עפ"י שתי נקודות שעליו

בספר מתמטיקה חלק א' מופיע הסבר כיצד ניתן למצוא משוואת ישר עפ"י שיפועו ושתי נקודות שעליו. מופיעה שם גם דוגמא.

נזכיר את הנוסחה למציאת שיפוע הישר:

שיפוע הישר שעובר דרך הנקודות (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2) הוא:

$$(x_1 \neq x_2) \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

נזכיר את הנוסחה למציאת משוואת הישר:

משוואת הישר (ששיפועו מוגדר) והוא עובר דרך הנקודות (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2) היא:

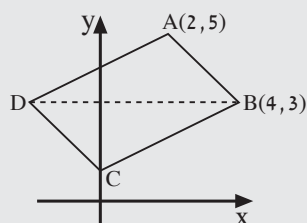
$$(x_1 \neq x_2) \quad y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

צורות הנדסיות – משוואת הישר עפ"י שתי נקודות שעליו

דוגמא א':

במקבילית ABCD נתון $A = (2, 5)$, $B = (4, 3)$. משוואת הצלע AD היא $y = \frac{1}{2}x + 4$ והאלכסון BD מקביל לציר ה-x. מצא:
 א. את קודקוד D. ב. את משוואת הצלע CD. ג. את הקודקוד C.

פתרון:

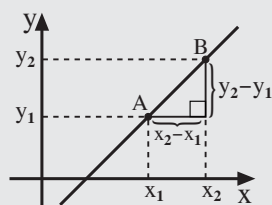


א. הצלע AD נפגשת עם האלכסון BD בנקודה D. האלכסון BD מקביל לציר ה-x לכן משוואת הישר עליו נמצא האלכסון היא $y = 3$ כי זהו שיעור ה-y של B. מכאן ששיעור ה-y של D גם הוא 3. נציב במשוואת הישר $y = \frac{1}{2}x + 4$ שעליו נמצאת הצלע AD ונקבל $3 = \frac{1}{2}x + 4$, כלומר $x = -2$. לכן $D(-2, 3)$.

ב. הצלע CD מקבילה לצלע AB. אין צורך למצוא את משוואת הצלע AB ומספיק למצוא את השיפוע שלה. נקבל $m_{AB} = \frac{3-5}{4-2} = -1$ לכן משוואת הישר עליו מונחת הצלע CD (המקבילה ל-AB) והעובר דרך $D(-2, 3)$ היא $y - 3 = -1(x + 2)$, וז"א $y = -x + 1$.

ג. אפשר למצוא את משוואת הישר עליו נמצאת הצלע BC ולאחר מכן את נקודת החיתוך של ישר זה עם הישר שמצאנו בסעיף ב'. דרך נוחה יותר היא בעזרת האמצע של קטע. כפי שראינו (ראה עמ' 213) הרי שאם המרובע ABCD הוא מקבילית אז מתקיים: $x_A + x_C = x_B + x_D$ וכן $y_A + y_C = y_B + y_D$. כאן נקבל $2 + x_C = 4 + (-2)$, כלומר $x_C = 0$. באופן דומה $5 + y_C = 3 + 3$ וז"א $y_C = 1$. בסה"כ קיבלנו $C = (0, 1)$.

הערה:



התוצאה שקיבלנו לגבי השיפוע מאפשרת להבין את המשמעות הגיאומטרית של השיפוע m. אם $A(x_1, y_1)$ ו- $B(x_2, y_2)$ הן שתי נקודות על הישר $y = mx + b$ אז $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. יחס זה תלוי רק ב-m ואינו תלוי בבחירת שתי נקודות שעל הישר.

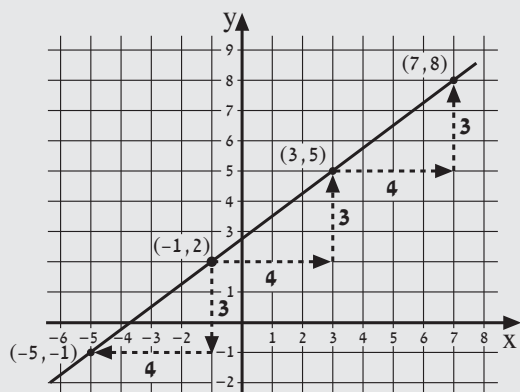
מסקנה – כדי למצוא שיפוע של ישר מספיק לבחור שתי נקודות על הישר ולחלק את ההפרש שבין שיעורי ה-y של הנקודות להפרש שבין שיעורי ה-x של הנקודות.

בהסתמך על היחס הנ"ל נוכל לשרטט גרף של ישר עפ"י שיפועו m ועפ"י נקודה שהוא עובר דרכה וזאת מבלי למצוא את משוואת הישר (ראה דוגמא ב' להלן). נוסף לכך, גם כאשר תהיה נתונה המשוואה של הישר ניתן יהיה לשרטט את הגרף שלו עפ"י שיפועו ונקודה שהוא עובר דרכה וזאת ללא טבלה וללא מציאת נקודות החיתוך של הישר עם הצירים. במקרה כזה צריך תחילה למצוא נקודה אחת בלבד שנמצאת על הישר.

דוגמא ב':

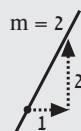
שרטט את הישר ששיפועו $m = \frac{3}{4}$ והוא עובר בנקודה $(-1, 2)$.

פתרון:

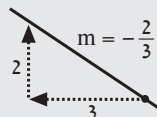


נסמן תחילה את הנקודה $(-1, 2)$.
היות והשיפוע הוא $\frac{3}{4}$ אז נתקדם
4 יחידות ימינה ו-3 יחידות למעלה.
בצורה כזאת נגיע לנקודה $(3, 5)$ שגם
היא נמצאת על הישר. עכשיו נוכל לשרטט
את הישר עפ"י שתי נקודות שהוא עובר
דרך. אם נתקדם מהנקודה $(3, 5)$ שוב
4 יחידות ימינה ו-3 יחידות למעלה נגיע
לנקודה $(7, 8)$ שגם היא על הישר.
אפשר גם מהנקודה $(-1, 2)$ להתקדם
3 יחידות למטה ו-4 יחידות שמאלה
ולהגיע לנקודה $(-5, -1)$ שגם היא נמצאת על הישר.
על הישר ששיעוריהם הם מספרים שלמים.

הערה: בדומה למה שעשינו כאשר השיפוע היה $\frac{3}{4}$ נוכל לעשות לגבי שיפועים אחרים.



למשל, אם השיפוע הוא 2 אז נתקדם (מנקודה על הישר)
יחידה אחת ימינה ו-2 יחידות למעלה או 2 יחידות למטה
ויחידה אחת שמאלה.



אם השיפוע הוא $-\frac{2}{3}$ אז נתקדם 3 יחידות שמאלה
ו-2 יחידות למעלה או 2 יחידות למטה ו-3 יחידות
ימינה וכו'.

תרגילים

(משוואת ישר עפ"י שתי נקודות שעליו)

ישרים – שיפוע הישר עפ"י שתי נקודות שעליו

$$(x_1 \neq x_2)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

שיפוע הישר העובר בנקודות (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2) הוא:

הערה: ראה גם תרגילים בספר מתמטיקה חלק א'.

מצא את שיפוע הישר עפ"י שתי נקודות שהוא עובר דרך:

- (1) $(-7, -9)$, $(-5, -1)$ (2) $(-1, 5)$, $(2, -4)$ (3) $(6, 9)$, $(2, 7)$

שרטט את הגרף של כל אחד מהישרים הבאים עפ"י שיפועו m (מימין) ונקודה שהוא עובר דרכה (משמאל) וזאת מבלי למצוא את משוואתו: (ראה דוגמא ב' בעמ' הקודם. השרטוטים לא מופיעים בתשובות)

- (4) $m = 3$, $(2, 1)$ (5) $m = -2$, $(3, -1)$ (6) $m = \frac{5}{2}$, $(1, -2)$
 (7) $m = -\frac{2}{3}$, $(-2, 5)$ (8) $m = \frac{4}{9}$, $(-5, 3)$ (9) $m = -\frac{7}{3}$, $(3, -4)$

(10) הוכח שהישר העובר בנקודות $(5, -9)$ ו- $(-7, 7)$ מקביל לישר $4x + 3y = 5$.

בתרגילים הבאים מצא את משוואת הישר:

- (11) העובר בנקודה $(-8, -4)$ והמקביל לישר העובר בנקודות $(-5, -2)$ ו- $(3, -4)$.
 (12) העובר בנקודה $(5, -3)$ והמקביל לישר העובר בנקודות $(-2, 4)$ ו- $(-2, 7)$.
 (13) העובר דרך נקודת החיתוך של הישר $y = 2x + 6$ עם ציר ה- y והמקביל לישר העובר דרך הנקודות $(5, -1)$ ו- $(7, -7)$.

(14) ישר ששיפועו 6 עובר בנקודות $(3, -7)$ ו- $(x, 5)$. מצא את x .

(15) ישר ששיפועו $-\frac{1}{3}$ עובר בנקודות $(2, -4)$ ו- $(8, y)$. מצא את y .

(16) נתונה הנקודה $B(6, 7)$.

מצא על הישר $y = 3$ נקודה A כך ששיפוע הישר AB הוא 2.

(17) נתונות הנקודות $A(1, 6)$, $B(3, 2)$ ו- $C(1, 1)$.

א. מצא את משוואת הישר המקביל לישר AB והעובר דרך C .

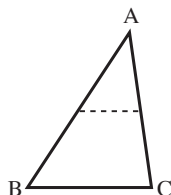
ב. הישר שמצאת בסעיף א' חותך את ציר ה- y בנקודה D . הוכח: $AD = BD$.

צורות הנדסיות – שיפוע הישר עפ"י שתי נקודות שעליו

(18) קודקודיו של משולש הם $A(-1, 6)$, $B(-3, -4)$ ו- $C(7, 2)$.

א. מצא את אמצעי הצלעות AB ו- AC .

ב. הראה שהקטע המחבר את אמצעי הצלעות הנ"ל מקביל לצלע BC .



- 19** במקבילית ABCD נתון $A(0, 2)$, $B(9, 5)$. הצלע AD מונחת על הישר $y = -x + 2$ והאלכסון BD מקביל לציר ה-x.
 א. חשב את שיעורי הקודקוד D.
 ב. מצא את משוואת הישר שעליו מונחת הצלע DC.
 ג. מצא את הקודקוד C מבלי למצוא את משוואת הצלע BC.

- 20** קודקודי מרובע הם: $(2, 6)$, $(-2, 4)$, $(2, 3)$, $(6, 5)$.
 א. הוכח בעזרת השיפוע של ישר שהמרובע הוא מקבילית. (ראה גם תרגילים 11-12 בעמ' 109).
 ב. האם המרובע הוא מעויץ? נמק.

- 21** א. הוכח בעזרת השיפוע של ישר שהמרובע שקודקודיו הם $(-4, 1)$, $(4, 10)$, $(10, 4)$, $(2, -5)$ הוא מקבילית.
 ב. האם המרובע הוא מלבן? (הדרכה: בדוק את אורכי האלכסונים).

- 22** נתונות הנקודות $A(4, 4)$, $B(2, -2)$.
 א. מצא את משוואת הישר העובר דרך הנקודה $(-1, 3)$ והמקביל לישר AB.
 ב. הישר שמצאת בסעיף א' חותך את ציר ה-x בנקודה C ואת ציר ה-y בנקודה D. הוכח שהמרובע ABCD הוא מקבילית.

- 23** קודקודי מרובע הם: $A(-5, 1)$, $B(5, -3)$, $C(4, 2)$, $D(-1, 4)$.
 א. הוכח שהצלעות AB ו-CD מקבילות זו לזו.
 ב. הוכח שהצלעות AD ו-BC אינן מקבילות זו לזו.
 ג. איזה מרובע הוא המרובע הנ"ל? הסבר.

- 24** קודקודי המרובע ABCD הם: $A(8, 6)$, $B(12, 4)$, $C(11, 1)$, $D(5, 4)$. הוכח שהמרובע הוא טרפז.

- 25** קודקודי מרובע ABCD הם: $A(4, 16)$, $B(9, 17)$, $C(13, 10)$, $D(3, 8)$. הוכח שהמרובע הוא טרפז שווה שוקיים.

ישרים – משוואת הישר עפ"י שתי נקודות שעליו

$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$ $(x_1 \neq x_2)$	משוואת הישר העובר בנקודות (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2) היא:
--	---

מצא את משוואת הישר עפ"י שתי נקודות שהוא עובר דרכן:

- 26** $(3, 1)$, $(5, 7)$ **27** $(-2, 0)$, $(0, 10)$ **28** $(-3, 5)$, $(1, -11)$

- (29) $(-\frac{1}{2}, -5)$, $(-2, 7\frac{1}{2})$ (30) $(5, -1)$, $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{10})$ (31) $(6, -6)$, $(0, -9)$
 (32) $(6, 1)$, $(-10, 5)$ (33) $(2, 5)$, $(2, 3)$ (34) $(-1, 0)$, $(3, 0)$

בתרגילים הבאים מצא את משוואת הישר:

- (35) העובר בנקודת החיתוך של הישר $y = 2x + 12$ עם ציר ה-x ונקודה $(-2, 6)$.
 (36) העובר בראשית הצירים ונקודת החיתוך של הישרים $y = -x + 8$ ו- $y = 2x - 13$.
 (37) העובר בנקודה $(3, -5)$ והחותך את ציר ה-y בנקודה שמרחקה מהראשית הוא 4.

מצא את משוואות הצלעות של משולש שקודקודיו הם:

- (38) $(2, 4)$, $(-5, -3)$, $(-5, 4)$ (39) $(-2, 1)$, $(3, -4)$, $(4, 3)$
 (40) הוכח: הישר העובר דרך הנקודות $(-2, 5)$ ו- $(-4, 8)$ מקביל לישר העובר דרך הנקודות $(6, -1)$ ו- $(10, -7)$. **(הערה:** עליך להוכיח שהישרים מקבילים ולא מתלכדים).

- (41) מה ניתן לומר על הישר העובר בנקודה $(2, 5)$ ושיפועו 4 ועל הישר העובר בנקודות $(-1, -7)$ ו- $(3, 9)$?

- (42) מה ניתן לומר על הישר שעובר דרך הנקודות $(-1, 4)$ ו- $(2, 1)$ ועל הישר העובר דרך הנקודות $(1, 2)$ ו- $(5, -2)$?

- (43) נתונות הנקודות $A(-5, 8)$ ו- $B(-3, -2)$. מעבירים ישר דרך אמצע הקטע AB ודרך הנקודה $(4, 9)$.

מצא את שיעורי נקודת החיתוך של הישר עם הצירים.

- (44) הישר העובר בנקודות $(-3, -6)$ ו- $(3, 2)$ חותך את הצירים בנקודות A ו-B. מצא את אמצע הקטע AB וחשב את אורכו.

- (45) הישר $y = -\frac{2}{3}x + 4$ חותך את ציר ה-y בנקודה A ואת ציר ה-x בנקודה B. הנקודה C היא אמצע הקטע AB.

- א. מצא את משוואת הישר העובר דרך C ודרך הנקודה $D(0, 1)$.
 ב. הישר הנ"ל חותך את ציר ה-x בנקודה E. חשב את אורך הקטע AE.

46 נתונות הנקודות $A(2,1)$, $B(-2,-7)$ ו- $C(4,5)$.

א. מצא את משוואת הישר AB .

ב. הראה שהנקודה C נמצאת על הישר הנ"ל.

ג. מה ניתן לומר על הנקודות A , B ו- C ?

הוכח שהנקודות הבאות נמצאות על ישר אחד ומצא את משוואתו:

47 $(1,5)$, $(0,2)$, $(-2,-4)$ 48 $(3,-2)$, $(1,0)$, $(6,-5)$

צורות הנדסיות – משוואת ישר עפ"י שתי נקודות שעליו

49 האם הנקודות $(1,5)$, $(6,7)$, $(4,-1)$ ו- $(3,1)$ יכולות להיות קודקודים של מרובע? נמק את תשובתך.

50 נתונות הנקודות: $(5,8)$, $(3,4)$, $(1,0)$ ו- $(0,-2)$. האם ניתן לבחור 3 נקודות מבין 4 הנקודות הנ"ל כך שהן תהיינה קודקודים של משולש? נמק.

51 במשולש ABC נתון: $A(3,5)$, $B(-1,0)$, $C(3,-2)$.

א. מצא את משוואת התיכון לצלע BC .

ב. חשב את אורך התיכון הנ"ל.

52 קודקודיו של משולש הם $A(-2,-1)$, $B(4,3)$, $C(7,-5)$.

א. מצא את משוואת התיכון לצלע BC ואת משוואת התיכון לצלע AB .

ב. מצא את נקודת מפגש התיכונים של המשולש.

53 במקבילית $ABCD$ שני קודקודים הם $A = (7,1)$

ו- $B = (1,-2)$.

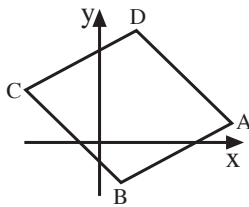
א. מצא את משוואת הצלע AB .

ב. נתון שהנקודה $(-2,4)$ נמצאת על הצלע CD .

מצא את משוואת הצלע CD .

ג. נתון ששיפוע הצלע BC הוא -1 . מצא את

הקודקודים C ו- D .



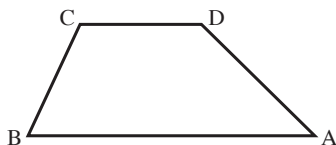
54 במקבילית $ABCD$ משוואת הצלע AB היא $y = -x - 2$, משוואת האלכסון AC

היא $y = -\frac{1}{3}x$ וקודקוד D הוא בנקודה $(1,3)$.

א. מצא את משוואת הצלע DC .

ב. מצא את שיעורי הקודקודים A ו- C .

ג. מצא את הקודקוד B ואת משוואת האלכסון BD .



55) בטרפז ABCD ($AB \parallel CD$) נתון

$A(4, -4)$, $B(-6, 1)$, $C(-2, 4)$

ושיפוע הצלע AD הוא -3.

א. מצא את משוואות הצלעות AB ו-CD.

ב. מצא את הקודקוד D.

תשובות (משוואת ישר עפ"י שתי נקודות שעליו):

- 1) $y = -\frac{1}{4}x - 6$ 2) $y = -3x + 6$ 3) $x = 5$ 4) $y = -\frac{1}{3}x + 6$ 5) $y = 3x - 8$ 6) $y = -\frac{1}{4}x + \frac{5}{2}$ 7) $y = 5x + 10$ 8) $y = -5x - 2\frac{1}{2}$ 9) $y = -\frac{1}{5}x$ 10) $y = \frac{1}{2}x - 9$ 11) $y = -3x + 4$ 12) $y = \frac{1}{7}x$ 13) $y = \frac{3}{2}x + 9$ 14) $y = 0$ 15) $x = 2$ 16) $y = -\frac{1}{3}x - 4$ 17) $y = x + 2$ 18) $y = 4$ 19) $x = -5$ 20) $y = -x - 1$ 21) $y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$ 22) $y = 7x - 25$ 23) $y = -x + 3$ 24) $y = 4x - 3$ 25) $y = \frac{1}{3}x + 1$ 26) $y = -x + 1$ 27) $y = -x + 4$ 28) $y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$ 29) $y = -x + 4$ 30) $y = -\frac{1}{2}x - 2$ 31) $y = -7x + 10$ 32) $y = 6, -2$ 33) $A(-3, 1)$ 34) $B(2, -4)$ 35) $C(2, 2)$ 36) $D(2, 6)$ 37) $C(-4, 3)$ 38) $D(2, 6)$ 39) $y = -x + 2$ 40) $y = -x - 1$ 41) $y = -x + 3$ 42) $y = -x + 4$ 43) $y = -x + 2$ 44) $y = -x - 1$ 45) $y = -x + 1$ 46) $y = -x + 4$ 47) $y = -x + 2$ 48) $y = -x - 1$ 49) $y = -x + 1$ 50) $y = -x + 4$ 51) $y = -x + 2$ 52) $y = -x - 1$ 53) $y = -x + 1$ 54) $y = -x + 4$ 55) $y = -x + 2$ 56) $y = -x - 1$ 57) $y = -x + 1$ 58) $y = -x + 4$ 59) $y = -x + 2$ 60) $y = -x - 1$ 61) $y = -x + 1$ 62) $y = -x + 4$ 63) $y = -x + 2$ 64) $y = -x - 1$ 65) $y = -x + 1$ 66) $y = -x + 4$ 67) $y = -x + 2$ 68) $y = -x - 1$ 69) $y = -x + 1$ 70) $y = -x + 4$ 71) $y = -x + 2$ 72) $y = -x - 1$ 73) $y = -x + 1$ 74) $y = -x + 4$ 75) $y = -x + 2$ 76) $y = -x - 1$ 77) $y = -x + 1$ 78) $y = -x + 4$ 79) $y = -x + 2$ 80) $y = -x - 1$ 81) $y = -x + 1$ 82) $y = -x + 4$ 83) $y = -x + 2$ 84) $y = -x - 1$ 85) $y = -x + 1$ 86) $y = -x + 4$ 87) $y = -x + 2$ 88) $y = -x - 1$ 89) $y = -x + 1$ 90) $y = -x + 4$ 91) $y = -x + 2$ 92) $y = -x - 1$ 93) $y = -x + 1$ 94) $y = -x + 4$ 95) $y = -x + 2$ 96) $y = -x - 1$ 97) $y = -x + 1$ 98) $y = -x + 4$ 99) $y = -x + 2$ 100) $y = -x - 1$

ניצבות של ישרים

שיפוע ומשוואה של ישר מאונך

בספר מתמטיקה חלק א' מופיע הסבר על התנאי לניצבות של ישרים. מופיעה שם גם דוגמא. נזכיר את התנאי:

הישרים $y = m_1x + b_1$ ו- $y = m_2x + b_2$ ניצבים זה לזה אם ורק אם:

$$(m_2 \neq 0, m_1 \neq 0) \quad m_1 \cdot m_2 = -1$$

אנך אמצעי לקטע – ניצבות של ישרים

דוגמא א':

קצות קטע AB הם $A(9, 0)$, $B(1, -4)$. מצא את משוואת האנך האמצעי לקטע. הערה: האנך האמצעי לקטע הוא הישר המאונך לקטע שעובר דרך נקודת האמצע של הקטע. (שים לב: כל נקודה שנמצאת על האנך האמצעי לקטע נמצאת במרחקים שווים מקצות קטע ולהיפך).

פתרון:

נסמן ב-M את אמצע הקטע AB ונמצא את שיעורי הנקודה M:

$$x_M = \frac{9+1}{2} = \frac{10}{2} = 5, \quad y_M = \frac{0-4}{2} = -\frac{4}{2} = -2, \quad \text{לכן שיעורי M הם } M(5, -2).$$

שיפוע הישר AB הוא $m_{AB} = \frac{-4-0}{1-9} = \frac{-4}{-8} = \frac{1}{2}$. לכן שיפוע הישר המבוקש, המאונך

לישר AB, הוא -2. עכשיו עלינו למצוא את משוואת הישר ששיפועו -2 והוא עובר דרך

הנקודה M(5, -2). עפ"י הנוסחה $y - y_1 = m(x - x_1)$ נקבל $y - (-2) = -2(x - 5)$,

כלומר $y + 2 = -2x + 10$ ולכן $y = -2x + 8$.

לסיכום: משוואת האנך האמצעי לקטע AB היא $y = -2x + 8$.

צורות הנדסיות – ניצבות של ישרים

דוגמא ב':

קודקודיו של משולש ABC הם $A(2, 2)$, $B(4, -2)$, $C(-5, 1)$. מצא את משוואת הישר עליו מונח הגובה לצלע BC.

פתרון:

נמצא תחילה את שיפוע הישר BC שנשמנו

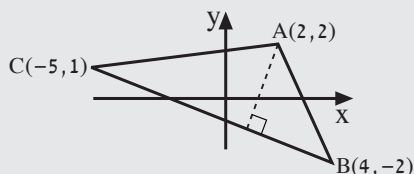
$$m_1 = \frac{-2-1}{4-5} = -\frac{1}{3}, \quad \text{ב-} m_1 \text{ הגובה מאונך}$$

ל-BC, לכן שיפוע הגובה, שנשמנו ב- m_2 ,

$$\text{הוא } m_2 = -\frac{1}{m_1} = -\frac{1}{-\frac{1}{3}} = 3$$

נותר למצוא את משוואת הישר ששיפועו 3 והוא עובר דרך הנקודה $A(2, 2)$.

נקבל $y - 2 = 3(x - 2)$. לכן משוואת הגובה היא $y = 3x - 4$.



דוגמא ג':

הוכח: המרובע ABCD שקודקדיו הם $A(1, -2)$, $B(7, 2)$, $C(5, 5)$, $D(-1, 1)$ הוא מלבן.

פתרון:

תחילה נוכיח שהמרובע הוא מקבילית. נסתמך על המסקנה שמופיעה בעמ' 108.

מתקיים:

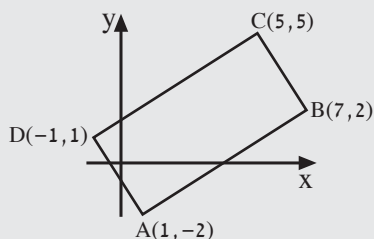
$$x_B + x_D = 7 + (-1) = 6, \quad x_A + x_C = 1 + 5 = 6$$

$$y_B + y_D = 2 + 1 = 3, \quad y_A + y_C = -2 + 5 = 3$$

כלומר:

$$x_A + x_C = x_B + x_D \quad \text{וכן} \quad y_A + y_C = y_B + y_D$$

לכן המרובע הוא מקבילית.



כדי להוכיח שמקבילית היא מלבן מספיק להוכיח שיש לה זווית אחת ישרה. נחשב את השיפועים של שתי צלעות סמוכות: $m_{AB} = \frac{2+2}{7-1} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$, $m_{AD} = \frac{1+2}{-1-1} = -\frac{3}{2}$. כלומר: $m_{AB} \cdot m_{AD} = \frac{2}{3} \cdot (-\frac{3}{2}) = -1$. לכן הצלעות AB ו-AD מאונכות זו לזו והמרובע הוא מלבן. (ראה גם תרגיל 17 בעמ' 114).

תרגילים (ניצבות של ישרים)

שיפוע של ישר מאונך – ניצבות של ישרים

הישרים $y = m_1x + b_1$ ו- $y = m_2x + b_2$ ניצבים זה לזה אם ורק אם: $(m_2 \neq 0, m_1 \neq 0)$ $m_1 \cdot m_2 = -1$
--

הערה: ראה גם תרגילים בספר מתמטיקה חלק א'.

קבע, באילו מבין זוגות הישרים הבאים, הישרים ניצבים זה לזה:

(1) $2y - x = 2$	(2) $3x - y = 4$	(3) $y + 2 = 0$
$y + 2x = -3$	$x - 3y = 1$	$x - 5 = 0$

מצא את שיפועי הישרים המאונכים לישרים הבאים:

(4) $x + 5y = 4$	(5) $8x + 4y = 1$	(6) $3x - 7y = 2$
------------------	-------------------	-------------------

מצא (אם אפשר) את שיפוע הישר המאונך לישר העובר דרך שתי הנקודות הנתונות:

(7) $(6, -3), (8, 3)$	(8) $(3, -6), (6, -8)$	(9) $(-1, 7), (5, 7)$
-----------------------	------------------------	-----------------------

(10) הראה שהישר העובר דרך הנקודות A(-1, 7) ו-B(1, -1) מאונך לישר העובר דרך הנקודות C(5, 7) ו-D(-7, 4).

בתרגילים הבאים נתונים שני ישרים עם פרמטר a. מצא לאיזה ערך (או ערכים של a, אם יש כאלה) הישרים ניצבים זה לזה:

(11) $y = (a-1)x + 3$	(12) $y = -27ax + 3$	(13) $y - ax = 8$
$4x - y = 5$	$y = a^2x - 1$	$y = (2-3a)x - 4$

$$\begin{array}{lll} y = (a+1)x+3 & (16) & y = a^2x-3 & (15) & y+ax = 3 & (14) \\ y + \frac{1}{a+1}x = -4 & & x-3ay = 5 & & y+(5a-4)x = 0 & \end{array}$$

(17) נתונים הישרים: $y = m^2x-1$, $y = \frac{1}{8m}x-7$, $m \neq 0$.

א. מצא עבור איזה ערך של m הישרים מקבילים זה לזה.

ב. מצא עבור איזה ערך של m הישרים מאונכים זה לזה.

(18) הישר $y = ax+1$ מקביל לישר $y = \frac{b}{3}x-5$ ומאונך לישר $y = -(a+b+3)x$.
מצא את a ו- b .

(19) הישר $y = ax$ ניצב לישרים $y = \frac{1}{2b-2}x+3$ ו- $y = (b-1.5)x-1$.
א. מצא את a ו- b .

ב. רשום את המשוואות של שלושת הישרים.

משוואה של ישר מאונך – ניצבות של ישרים

מצא את משוואת הישר המאונך לישר שמימין והעובר דרך הנקודה שמשמאל:

(20) $y+x = 1$, $(7, -1)$ (21) $2y-x = 8$, $(-2, 7)$

(22) $4x+3y = 7$, $(-2, 3)$ (23) $5x-3y = 1$, $(5, -1)$

(24) $y-4 = 0$, $(-3, 5)$ (25) $x+7 = 0$, $(-2, -3)$

(26) נתונות הנקודות $A(1, 2)$, $B(-2, 8)$.

א. מצא את משוואת הישר העובר דרך הנקודה A והמאונך לישר AB .

ב. מצא את משוואת הישר העובר דרך הנקודה $C(2, -5)$ והמקביל לישר AB .

בתרגילים הבאים נתונות שלוש נקודות A , B ו- C . מצא את משוואת הישר העובר בנקודה A והמאונך לישר העובר בנקודות B ו- C :

(27) $A(-1, 3)$, $B(3, 5)$, $C(-4, 4)$ (28) $A(9, 5)$, $B(6, -8)$, $C(-2, 4)$

(29) $A(-2, 8)$, $B(1, 3)$, $C(-4, 3)$ (30) $A(6, -7)$, $B(8, -4)$, $C(8, 2)$

(31) מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודת החיתוך של הישרים $2x-3y = 9$

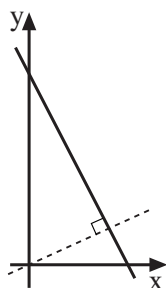
ו- $2x+4y = 2$ והמאונך לישר העובר דרך הנקודות $(-2, 1)$ ו- $(8, 3)$.

- (32) הישר $y = -\frac{4}{3}x + 6$ חותך את ציר ה-y בנקודה A ואת ציר ה-x בנקודה B.
 א. מצא את משוואת הישר המאונך לישר הנ"ל והעובר דרך A.
 ב. הישר המאונך חותך את ציר ה-x בנקודה C. חשב את אורך הקטע BC.

- (33) א. מצא את משוואת הישר העובר בנקודה $A(3, 2)$ והמקביל לישר $5x - 5y = 11$.
 ב. מצא את משוואת הישר המאונך לישר שמצאת בסעיף א' והעובר דרך A.

- (34) א. מצא את משוואת הישר העובר בנקודה $(6, 4)$ והניצב לישר $y = 2x - 3$.
 ב. מצא את נקודת החיתוך של שני הישרים הנ"ל.

- (35) נתונות הנקודות $A(1, 4)$, $B(4, 3)$ ו- $C(-1, -2)$. דרך A מעבירים ישר ℓ המאונך לישר BC. הישר ℓ חותך את הישר BC בנקודה D. מצא את שיעורי הנקודה D.



- (36) בציור מתואר גרף הישר $y = -3x + 10$.
 א. מצא את משוואתו של הישר המאונך לישר הנ"ל והעובר דרך ראשית הצירים. (הישר המקווקו).
 ב. מצא את נקודת החיתוך של שני הישרים.
 ג. חשב את המרחק של ראשית הצירים מהישר $y = -3x + 10$. (הדרכה: המרחק של נקודה מישר זהו אורכו של האנך המורד מהנקודה לישר).

- (37) חשב את המרחק שבין הנקודה $(1, 3)$ לישר $y = \frac{3}{4}x - 4$. (הדרכה: פתור עפ"י הסעיפים של התרגיל הקודם).

אנך אמצעי לקטע – ניצבות של ישרים

בתרגילים הבאים נתונות נקודות הקצה של קטע. מצא את משוואת האנך האמצעי לקטע:

- (38) $(7, -1)$, $(5, -3)$ (39) $(1, 8)$, $(5, -4)$
 (40) $(-8, 5)$, $(-8, 1)$ (41) $(2, -3)$, $(-4, -3)$

- (42) הישר $y = -\frac{1}{2}x + 6$ חותך את הצירים בנקודות A ו-B.
 מצא את משוואת האנך האמצעי לקטע AB.

- (43) נתונות הנקודות: $A(1, 5)$, $B(8, 5)$ ו- $C(9, 3)$.
 א. מצא את משוואת האנך האמצעי לקטע AC.
 ב. מצא את נקודת המפגש של האנך האמצעי הנ"ל עם הישר העובר דרך הנקודות A ו-B.

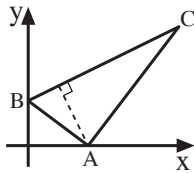
- (44) נתון $A = (-4, 0)$, $B = (0, 8)$ והנקודה C היא אמצע AB .
 א. מצא את משוואת הישר העובר דרך C והמאונך לקטע AB .
 ב. הישר הנ"ל חותך את ציר ה- y בנקודה D ואת ציר ה- x בנקודה E .
 חשב את אורכי הקטעים: AD (1) BE (2).

- (45) הישר $y = 2x - 6$ הוא האנך האמצעי של קטע AB . נתון: $A(2, 3)$. מצא את:
 א. משוואת הישר AB . ב. אמצע הקטע AB . ג. שיעורי הנקודה B .

- (46) נתונות הנקודות: $A(5, 1)$, $B(4, -2)$ ו- $C(-2, 0)$.
 א. מצא את משוואת הישר העובר דרך A והמאונך לישר BC .
 ב. הראה שהנקודה B נמצאת על הישר שמצאת בסעיף א'.
 ג. מצא את הנקודה D עבורה הישר BC הוא האנך האמצעי לקטע AD .

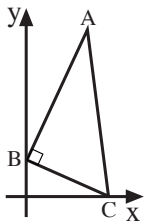
משולש ישר זווית – ניצבות של ישרים

- (47) נתון משולש שקודקדיו הם: $A(2, 0)$, $B(4, 1)$, $C(2, 5)$.
 א. הוכח שהמשולש הוא ישר זווית.
 ב. האם המשולש הוא שווה שוקיים? נמק.



- (48) במשולש ABC נתון:
 $A(4, 0)$, $B(0, 3)$, $C(10, 8)$.
 א. הוכח שהמשולש ABC הוא ישר זווית.
 ב. מצא את משוואת הגובה המורד מ- A ליתר BC .

- (49) משוואות הצלעות של משולש הן: $9x - 3y = 10$, $6x + 2y = 15$, $x - 3y = 17$.
 הוכח שהמשולש ישר זווית (אין צורך למצוא קודקדים).



- (50) במשולש ABC נתון: $\angle B = 90^\circ$, $B(0, 2)$, $A(3, 8)$ והקודקוד C נמצא על ציר ה- x .
 א. מצא את שיעורי הקודקוד C . (ראה גם תרגילים 24 ו-25 בעמ' 114).
 ב. מצא את משוואת הצלע AC .

- (51) במשולש ABC נתון: $\angle B = 90^\circ$, $A(3, 1)$, $B(6, 7)$ והקודקוד C נמצא על ציר ה- y .

- א. מצא את שיעורי הקודקוד C .
 ב. הוכח שהמשולש שווה שוקיים וחשב את שטחו.

(52) במשולש ABC נתון: $\angle C = 90^\circ$, $A(0, 3)$, $B(7, 2)$ וקודקוד C נמצא על ציר ה-x.

חשב את שיעורי הקודקוד C.

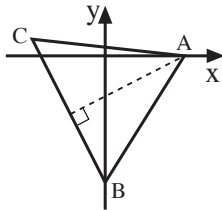
(53) במשולש ישר זווית ABC ($\angle B = 90^\circ$) נתון $A(1, -2)$, $B(4, 1)$ ומשוואת היתר AC היא $y = -4x + 2$. מצא את קודקוד C.

(54) במשולש ישר זווית ABC ($\angle B = 90^\circ$) משוואת הצלע AB היא $y = -2x - 4$, משוואת הצלע AC היא $y = -\frac{1}{4}x + 3$ ונתון $B(2, -8)$.
א. מצא את משוואת הצלע BC.
ב. מצא את שיעורי הקודקודים A ו-C.

משולש שווה שוקיים – ניצבות של ישרים

(55) א. מצא את משוואת האנך האמצעי לקטע AB שקצותיו הם $A(2, -3)$, $B(-6, 1)$.
ב. הישר $y = 7$ חותך את האנך האמצעי הנ"ל בנקודה C. הסבר מדוע המשולש ABC הוא שווה שוקיים וחשב את אורך השוק שלו.

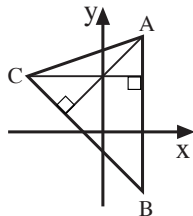
(56) במשולש שווה שוקיים ABC ($AB = AC$) משוואת הבסיס BC היא $y = -\frac{1}{2}x - 2$. קודקוד הראש הוא $A(4, 6)$ ואחד מקודקודי הבסיס הוא $B(4, -4)$.
א. מצא את משוואת הגובה המורד מהקודקוד A לבסיס.
ב. מצא את הקודקוד C.
ג. חשב את שטח המשולש ABC.



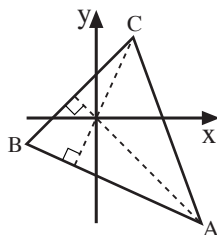
(57) במשולש שווה שוקיים ABC ($AB = AC$) נתון: $B(0, -7)$, $C(-4, 1)$ וקודקוד A נמצא על ציר ה-x.
א. מצא את משוואת האנך האמצעי לצלע BC.
ב. מצא את שיעורי הקודקוד A.
ג. חשב את שטח המשולש.

גבהים – ניצבות של ישרים

(58) במשולש ABC נתון $A(2, 5)$, $B(2, -3)$, $C(-4, 3)$.
א. מצא את משוואת הגובה לצלע BC.
ב. מצא את משוואת הגובה לצלע AB.
ג. מצא את נקודת מפגש הגבהים של המשולש.



- 59 מצא את מפגש הגבהים של המשולש שקודקדיו הם $A(7, 6)$, $B(-2, 3)$, $C(3, -2)$.
(הדרכה: היעזר בסעיפים של התרגיל הקודם).



- 60 במשולש ABC נתון $A(5, -5)$, $B(-3, -1)$.
מפגש הגבהים של המשולש הוא בנקודה $(0, 0)$.
א. מצא את משוואת הגובה המורד מ-C לצלע AB.
ב. מצא את שיפוע הגובה המורד מ-A לצלע BC.
ג. מצא את משוואת הצלע BC.
ד. מצא את הקודקוד C.

שטח משולש כללי – ניצבות של ישרים

- 61 במשולש ABC נתון $A(4, 2)$, $B(-2, 0)$, $C(4, -3)$.
א. מצא את משוואת הצלע BC ואת משוואת הגובה המורד מ-A לצלע BC.
ב. נסמן את נקודת החיתוך של הגובה הנ"ל עם הצלע BC ב-D. חשב את שיעורי D.
ג. חשב את שטח המשולש ABC. (הדרכה: השטח הוא $S = \frac{BC \cdot AD}{2}$).

- 62 חשב את שטחו של המשולש שקודקדיו הם $A(-4, 6)$, $B(-1, -3)$, $C(4, 2)$.
(הדרכה: היעזר בסעיפים של התרגיל הקודם).

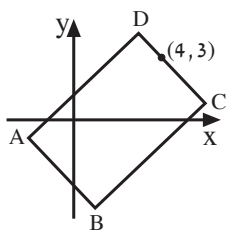
- 63 במשולש ABC משוואת הצלע BC היא $y = \frac{1}{2}x$ והקודקוד A הוא $(2, 6)$.
נתון שאורך הצלע BC הוא 4.
א. מצא את משוואת הגובה לצלע BC.
ב. חשב את שטח המשולש ABC.

מלבן – ניצבות של ישרים

- 64 קודקדיו של מרובע ABCD הם: $A(-3, -1)$, $B(5, -3)$, $C(6, 1)$, $D(-2, 3)$.
א. הוכח שהמרובע הוא מלבן. (הדרכה: הוכח שהמרובע הוא מקבילית שלה זווית ישרה).
ב. חשב את שטחו.

- 65 הוכח שהמרובע שקודקדיו הם $(-1, 1)$, $(5, -2)$, $(7, 2)$, $(1, 5)$ הוא מלבן וחשב את שטחו.

- 66 משוואות הצלעות של מרובע הן: $x - 2y = 5$, $2x + y = 7$, $x - 2y = -6$, $2x + y = -10$.
הוכח שהמרובע הוא מלבן. (אין צורך למצוא קודקודים).



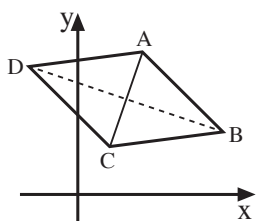
- 67 במלבן ABCD נתון $A(-2, -1)$, $B(1, -4)$ והנקודה $(4, 3)$ נמצאת על הצלע CD.
 א. מצא את משוואות הצלעות BC ו-CD.
 ב. מצא את שיעורי הקודקודים C ו-D.

מעוין – ניצבות של ישרים

- 68 קודקודיו של מרובע ABCD הם $A(-3, -5)$, $B(2, 0)$, $C(3, 7)$, $D(-2, 2)$.
 א. הוכח שהמרובע הוא מעוין. (הדרכה: הוכח שהמרובע הוא מקבילית שאלכסוניה מאונכים זה לזה).
 ב. חשב את שטח המעוין.

- 69 הוכח שהמרובע שקודקודיו הם $(-5, -6)$, $(2, -2)$, $(3, 6)$, $(-4, 2)$ הוא מעוין וחשב את שטחו.

- 70 במעוין ABCD נתון $A(3, -2)$, $C(-3, 4)$.
 א. מצא את משוואת האלכסון BD.
 ב. נתון שהנקודה B נמצאת על ציר ה-x. מצא את שיעורי B ו-D.



- 71 במעוין ABCD משוואת הצלע AB היא $y = -x + 13$. משוואת האלכסון AC היא $y = 3x - 3$. נתון: $C(2, 3)$.
 א. מצא את משוואת האלכסון BD.
 ב. מצא את שיעורי הקודקודים B ו-D. (B ברביע הראשון, D ברביע השני).

מרובעים שונים – ניצבות של ישרים

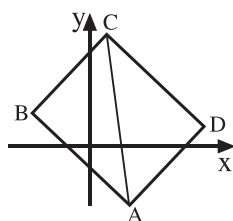
- 72 שרטט את המרובע שקודקודיו הם $(-4, 6)$, $(0, 10)$, $(7, 2)$, $(3, -2)$ והוכח שהוא מקבילית. האם המרובע הוא גם מלבן? נמק.

קבע עפ"י הקודקודים של המרובע איזה מרובע מתקבל: (הוכח את תשובתך)

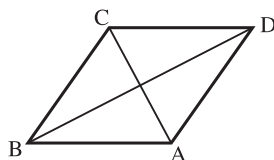
- 73 $(-1, -1)$, $(3, 1)$, $(1, 5)$, $(-3, 3)$ 74 $(-2, 4)$, $(3, 5)$, $(2, 0)$, $(-3, -1)$
 75 $(-7, 2)$, $(2, -4)$, $(4, -1)$, $(-5, 5)$ 76 $(1, -3)$, $(4, 1)$, $(0, 4)$, $(-7, 3)$

- 77** אחד מקודקודי מעוין ABCD הוא $A(3,1)$ ומשוואת האלכסון BD היא $y = 2x$.
 א. מצא את משוואת האלכסון AC.
 ב. מצא את מפגש האלכסונים ואת הקודקוד C.
 ג. מצא את קודקוד D אם נתון שהקודקוד B הוא בראשית הצירים והוכח שהמעוין הוא ריבוע.

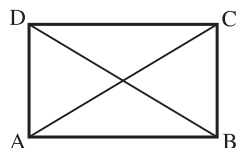
- 78** במלבן ABCD נתון: $A(1,3)$, $C(9,5)$ ומשוואת הצלע AB היא $y = x+2$.
 מצא את:
 א. משוואת הצלע AD. ב. משוואת הצלע DC. ג. שיעורי הקודקוד D.



- 79** במלבן ABCD נתון $A(2,-3)$, $B(-3,2)$ ומשוואת האלכסון AC היא $y = -9x+15$.
 מצא את:
 א. משוואת הצלע BC.
 ב. שיעורי הקודקוד C.
 ג. שיעורי הקודקוד D.



- 80** במעוין ABCD האלכסונים נפגשים בנקודה $(0,-1)$.
 משוואת האלכסון BD היא $y = \frac{1}{3}x - 1$.
 א. מצא את משוואת האלכסון AC.
 ב. נתון שמשוואת הצלע AD היא $y = x - 5$.
 מצא את הקודקודים A ו-D.
 ג. מצא את הקודקודים B ו-C.



- 81** במלבן ABCD משוואת הצלע AB היא $y = x - 6$ ומשוואת האלכסון AC היא $y = 3x - 10$.
 נתון: $B(8,2)$. מצא את:
 א. הקודקוד A.
 ב. משוואת הצלע BC.
 ג. הקודקודים C ו-D.

תרגילים שונים – ניצבות של ישרים

- 82** קודקודי משולש ABC הם $A(6,-3)$, $B(7,4)$, $C(12,-1)$.
 א. מצא את משוואת התיכון לצלע AC.
 ב. מצא את משוואת הגובה לצלע AC.
 ג. איזה משולש הוא המשולש ABC? נמק.

83 נתון משולש ABC שקודקדיו הם: $A(10, 8)$, $B(0, 3)$, $C(-2.5, 8)$.

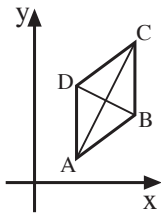
- קבע איזה משולש הוא המשולש ABC.
- D היא נקודה על המשך הצלע CB כך ש-CAD הוא משולש שווה שוקיים שבו $AC = AD$. חשב את שיעורי הנקודה D.

84 הישר (1) $y = 2x + 5$ חותך את ציר ה-y בנקודה A. הישר (2) $y = 2x - 5$ חותך את ציר ה-y בנקודה C. מהנקודה A מורידים אנך לישר (2) החותך אותו בנקודה B. מצא את:

- שיעורי הנקודות A ו-C.
- משוואת הישר AB.
- שיעורי הנקודה B.
- שטח המשולש ABC.

85 הפרבולה $y = x^2 - 5x + 4$ חותכת את ציר ה-y בנקודה A ואת ציר ה-x בנקודות B (השמאלית) ו-C (הימנית).

- מצא את משוואת הישר העובר בנקודה B והמאונך לישר העובר בנקודות A ו-C.
- מצא את נקודת החיתוך השנייה של הישר הנ"ל עם הפרבולה.



86 במעוין ABCD שני קודקודים סמוכים הם:

$A(3, 2)$, $B(7, 5)$. משוואת האלכסון AC היא $y = 2x - 4$.

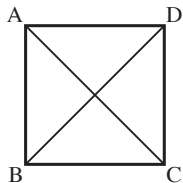
- מצא את משוואת האלכסון BD.
- מצא את שיעורי נקודת מפגש האלכסונים.
- מצא את שיעורי הקודקודים C ו-D.

87 במלבן ABCD משוואת הצלע AB היא $y = -x + 6$ ומשוואת האלכסון AC היא

$$y = \frac{1}{3}x + 2.$$

נתון: $C(12, 6)$. מצא את:

- משוואת הצלע BC.
- הקודקוד B ושטח המלבן.



88 בריבוע ABCD נתון $A(2, 6)$ ומשוואת האלכסון BD היא $y = \frac{1}{2}x$.

- מצא את משוואת האלכסון AC.
- מצא את נקודת מפגש האלכסונים ואת הקודקוד C.
- חשב את אורך האלכסון AC ואת שטח הריבוע.
- מצא את הקודקודים B ו-D.

89) נתון משולש ישר זווית ושווה שוקיים ABC שבו $AB = AC$. שניים מקודקודי המשולש הם $B(1,1)$, $C(9,5)$.

חשב את שיעורי הקודקוד A. (מצא את שני הפתרונות).
(הדרכה: במשולש שווה שוקיים קודקוד הראש נמצא על האנך האמצעי לבסיס).

90) קודקודי מרובע ABCD הם: $A(-4,1)$, $B(1,6)$, $C(6,5)$, $D(-1,-2)$.
א. הוכח שהמרובע הוא טרפז ישר זווית.
ב. מה צריכים להיות השיעורים של נקודה E כדי שהמרובע ABCE יהיה מקבילית?
ג. מה צריכים להיות השיעורים של נקודה F כדי שהמרובע ABFD יהיה מלבן?
ד. מה צריכים להיות השיעורים של נקודה G כדי שהמרובע ABCG יהיה טרפז שווה שוקיים?

תשובות (ניצבות של ישרים):

- 1) כן. 2) לא. 3) כן. 4) 5. 5) $\frac{1}{2}$. 6) $-\frac{7}{3}$. 7) $-\frac{1}{3}$. 8) השיפוע לא מוגדר.
- 11) $\frac{3}{4}$. 12) $\frac{1}{3}$. 13) 1, $-\frac{1}{3}$. 14) אף a. 15) 0, -3. 16) $a \neq -1$. 17) $\frac{1}{2}$.
- ב. -8. 18) $a = -1$ ו- $b = -3$ או $a = \frac{1}{4}$ ו- $b = \frac{3}{4}$. 19) $a = -2$ ו- $b = 2$ או $a = 1$ ו- $b = \frac{1}{2}$.
20) $y = x - 8$. 21) $y = -2x + 3$. 22) $y = \frac{3}{4}x + 4\frac{1}{2}$. 23) $x = -3$. 24) $y = -3$. 25) $y = -x$, $y = -x + 3$, $y = x$ או $y = \frac{1}{2}x$, $y = \frac{1}{2}x + 3$, $y = -2x$.
- 26) $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$. ב. $y = -2x - 1$. 27) $y = -7x - 4$. 28) $x = -2$. 29) $y = -7$. 30) $y = -x + 5$. 31) $y = -5x + 14$. 32) $y = \frac{3}{4}x + 6$. ב. $12\frac{1}{2}$. 33) $y = x - 1$. ב. $y = -x + 4$.
- 35) $(3, 2)$. 36) $y = \frac{1}{3}x$. ב. $(3, 1)$. ג. $\sqrt{10}$. 37) 5. 38) $y = -x + 4$.
- 39) $y = \frac{1}{3}x + 1$. 40) $y = 3$. 41) $x = -1$. 42) $y = 4x - 16$. ב. $(5.25, 5)$.
- 44) $y = -\frac{1}{2}x + 3$. ב. (1) 5. (2) 10. 45) $y = -\frac{1}{2}x + 4$. ב. $(4, 2)$. ג. $(6, 1)$.
- 46) $y = 3x - 14$. ג. $(3, -5)$. 47) $y = -8x + 32$. ב. $(4, 0)$. 48) $y = -2x + 8$. א. 50) $y = 2x - 2$. ב. $(-4, 0)$.
- 51) $(0, 10)$. ב. $22\frac{1}{2}$. 52) $(1, 0)$ או $(6, 0)$. 53) $(-1, 6)$. 54) $y = \frac{1}{2}x - 9$. ב. $(-4, 4)$, $(-4, 0)$, $(16, -1)$. 55) $y = 2x + 3$. ב. 10. 56) $y = 2x - 2$. ב. $(-4, 0)$.
- ג. 40. 58) $y = x + 3$. ב. $y = 3$. ג. $(0, 3)$. 59) $(2, 1)$. 60) $y = 2x$. ב. -1.
- ג. $y = x + 2$. ד. $(2, 4)$. 61) $y = -\frac{1}{2}x - 1$, $y = 2x - 6$. ב. $(2, -2)$. ג. 15. 62) 30.
- 63) $y = -2x + 10$. ב. $2\sqrt{20}$. 64) 34. 65) 30. 67) $y = -x + 7$, $y = x - 5$. א. 68) $D(3, 4)$, $C(6, 1)$. ב. 30. 69) 52. 70) $y = x + 1$. ב. $D(1, 2)$, $B(-1, 0)$.
- 71) $y = -\frac{1}{3}x + 7$. ב. $D(-3, 8)$, $B(9, 4)$. 72) לא. 73) ריבוע. 74) מעוין.
- 76) טרפז ישר זווית. 77) $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$. א. $(2, 4)$. ג. $(-1, 3)$, $(1, 2)$. ב. $y = x + 5$. א. $(4, 0)$. ג. $y = -x + 4$. ב. $y = x - 4$. ג. $(4, 0)$. 79) $y = x + 5$. א. $(1, 6)$. ב. $(6, 1)$.

- 80) א. $y = -3x - 1$ ב. $A(1, -4), D(6, 1)$ ג. $B(-6, -3), C(-1, 2)$ 81) א. $(2, -4)$ ב. $y = -x + 10$ ג. $C(5, 5), D(-1, -1)$ 82) א. $y = -3x + 25$ ב. $y = -3x + 25$ ג. $y = x - 1$ 83) א. $(AB = BC)$ ב. $(2.5, -2)$ 85) א. $y = x - 1$ ב. $(5, 4)$ א. $y = -\frac{1}{2}x + 8\frac{1}{2}$ ג. $(5, 6), D(3, 7), C(7, 10)$ 87) א. $y = x - 6$ ב. $(6, 0)$ 36. 88) א. $y = -2x + 10$ ב. $(4, 2), (6, -2)$ ג. $\sqrt{80}, 40$ ד. $(0, 0), (8, 4)$ 89) $(3, 7)$ או $(7, -1)$ 90) ב. $(1, 0)$ ג. $(4, 3)$ ד. $(-3, -4)$

המעגל הקנוני

בספר מתמטיקה חלק א' מופיע הסבר על המעגל הקנוני. מופיעה שם גם דוגמא. נזכיר את המשוואה:

$$x^2 + y^2 = R^2 \quad \text{משוואתו של מעגל קנוני שמרכזו בנקודה } (0, 0) \text{ ורדיוסו } R \text{ היא:}$$

דוגמא:

מצא את נקודות החיתוך של הישר $y = -2x + 10$ והמעגל $x^2 + y^2 = 40$

פתרון:

כדי למצוא את נקודות החיתוך של הישר והמעגל צריך לפתור את מערכת המשוואות

$$\begin{cases} y = -2x + 10 \\ x^2 + y^2 = 40 \end{cases} \quad \text{אם נציב } y = -2x + 10 \text{ במשוואת המעגל נקבל את המשוואה}$$

$$x^2 + (-2x + 10)^2 = 40 \quad \text{המשוואה הריבועית המתקבלת היא } x^2 - 8x + 12 = 0$$

הפתרונות הם $x_1 = 2, x_2 = 6$ לכן $y_1 = 6, y_2 = -2$

לסיכום: נקודות החיתוך של הישר והמעגל הן: $(2, 6), (6, -2)$

תרגילים

(המעגל הקנוני)

$$x^2 + y^2 = R^2$$

משוואת מעגל קנוני שרדיוסו R היא:

הערה: ראה גם תרגילים בספר מתמטיקה חלק א'.

מצא את משוואתו של המעגל שמרכזו בראשית הצירים והוא עובר בנקודה:

- (1) $(4, 3)$ (2) $(-6, 2)$ (3) $(-9, -3)$

מצא את נקודות החיתוך של כל אחד מהמעגלים הבאים עם הצירים:

$$x^2 + y^2 = 16 \quad (4) \quad x^2 + y^2 = 25 \quad (5) \quad x^2 + y^2 = 80 \quad (6)$$

(7) נתונים המעגל $x^2 + y^2 = 10$ והישר $y = x + 2$.

א. מצא את נקודות החיתוך של המעגל והישר.

ב. חשב את אורך המיתר שבין שתי נקודות החיתוך הנ"ל.

(8) הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של המעגל $x^2 + y^2 = 85$ והישר $y = 2x - 5$.

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

ב. הראה שהישר המחבר את מרכז המעגל עם אמצע הקטע AB מאונך לקטע AB.

(9) א. מצא את נקודות החיתוך של הישרים הבאים עם המעגל $x^2 + y^2 = 50$:

(1) $y = 3x - 10$ (2) $y = x + 10$ (3) $y = -2x - 20$

ב. שרטט את המעגל והישרים על אותה מערכת צירים ובדוק את תשובותיך לסעיף א'.

ג. השלם: **המצב ההדדי של ישר ומעגל** – מספר נקודות החיתוך של ישר ומעגל יכול

להיות: _____, _____, _____.

(10) א. הראה שהנקודה $A(2, 4)$ נמצאת על המעגל $x^2 + y^2 = 20$.

ב. מצא את הנקודה B שנמצאת על המעגל כך שהקטע AB

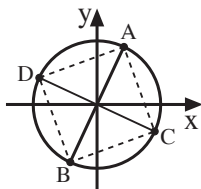
הוא קוטר במעגל.

ג. ישר העובר דרך ראשית הצירים והמאונך לקוטר AB

חותך את המעגל בשתי נקודות C ו-D. מצא את שיעורי

הנקודות C ו-D.

ד. איזה מרובע הוא המרובע ACBD? נמק.



(11) א. מצא את משוואת האנך האמצעי לקטע AB שקצותיו הם $A(2, 3)$ ו- $B(-1, 4)$.

ב. מצא את שתי הנקודות על המעגל $x^2 + y^2 = 4$ שנמצאות במרחקים שווים

מהנקודות A ו-B. **(הדרכה:** כל נקודה שנמצאת על האנך האמצעי לקטע

נמצאת במרחקים שווים מקצותיו).

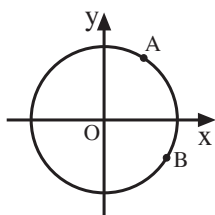
(12) A ו-B הן נקודות על המעגל $x^2 + y^2 = 25$. הנקודה A נמצאת ברביע הראשון,

הנקודה B נמצאת ברביע הרביעי ושיעור ה-x של שתיהן שווה. הנקודה O היא

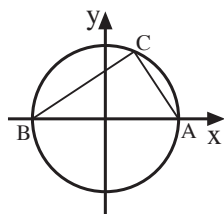
ראשית הצירים. נתון שהיקף המשולש AOB הוא 16.

א. מצא את שטח המשולש AOB.

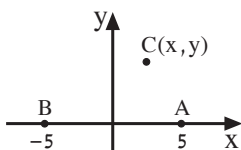
ב. האם המשולש AOB הוא ישר זווית? נמק.



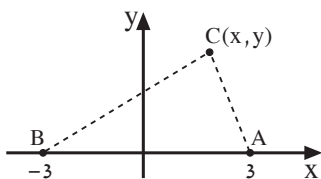
- 13** A ו-B הן נקודות על המעגל $x^2 + y^2 = 52$. A נמצאת ברביע הראשון ו-B נמצאת ברביע הרביעי. שיעור ה-x של A הוא 4 ושיעור ה-x של B הוא 6. הנקודה O היא ראשית הצירים.
- מצא את משוואות הישרים AO ו-BO והוכח שהם ניצבים זה לזה.
 - חשב את שטח המשולש AOB.



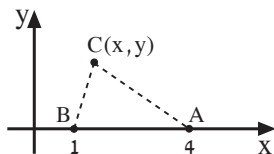
- 14** המעגל $x^2 + y^2 = 169$ חותך את ציר ה-x בחלקו החיובי בנקודה A ובחלקו השלילי בנקודה B.
- מהם שיעורי הנקודות A ו-B?
 - C היא נקודה על המעגל הנתון ברביע הראשון. שטח המשולש ABC הוא 156.
 - מצא את שיעור ה-y של הנקודה C.
 - מצא את שיעור ה-x של הנקודה C.



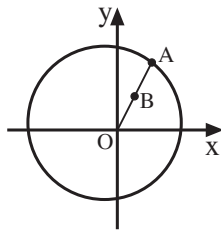
- 15** במערכת צירים נתונות שלוש נקודות: $A(5, 0)$, $B(-5, 0)$ ו- $C(x, y)$.
- הבע באמצעות x ו-y את השיפוע של הקטע AC.
 - הבע באמצעות x ו-y את השיפוע של הקטע BC.
 - נתון שהקטע AC מאונך לקטע BC. הראה ששיעורי הנקודה $C(x, y)$ מקיימים את המשוואה: $x^2 + y^2 = 25$. (כלומר הנקודה נמצאת על המעגל $x^2 + y^2 = 25$).



- 16** נתונות הנקודות: $A(3, 0)$, $B(-3, 0)$ ו- $C(x, y)$.
- הבע באמצעות x ו-y את AC^2 .
 - הבע באמצעות x ו-y את BC^2 .
 - נתון $AC^2 + BC^2 = 58$. הראה ש-x ו-y מקיימים את המשוואה $x^2 + y^2 = 20$. (כלומר הנקודה C נמצאת על המעגל $x^2 + y^2 = 20$).



- 17** נתונות הנקודות: $A(4, 0)$, $B(1, 0)$ ו- $C(x, y)$.
- הבע באמצעות x ו-y את אורך הקטע AC.
 - הבע באמצעות x ו-y את אורך הקטע BC.
 - נתון שהקטע AC גדול פי 2 מהקטע BC. הראה ששיעורי הנקודה $C(x, y)$ מקיימים את המשוואה $x^2 + y^2 = 4$. (כלומר הנקודה נמצאת על המעגל $x^2 + y^2 = 4$).



18 הנקודה $A(x, y)$ היא נקודה כלשהי על המעגל

$$x^2 + y^2 = 20. \text{ הנקודה } O \text{ היא ראשית הצירים.}$$

הנקודה $B(x_1, y_1)$ היא אמצע הקטע AO .

(ראה גם תרגיל 28 בעמ' 111).

א. הבע את x_1^2 באמצעות x ואת y_1^2 באמצעות y .

ב. הראה שהשיעורים x_1 ו- y_1 של הנקודה $B(x_1, y_1)$

$$\text{מקיימים את המשוואה } x_1^2 + y_1^2 = 5 \text{ (כלומר}$$

$$\text{הנקודה } B \text{ נמצאת על המעגל } x^2 + y^2 = 5).$$

תשובות (המעגל הקנוני):

1 (1) $x^2 + y^2 = 25$ 2 (2) $x^2 + y^2 = 40$ 3 (3) $x^2 + y^2 = 90$ 4 (4) $(-4, 0), (4, 0), (0, -4), (0, 4)$

6 (6) $(0, \sqrt{80}), (0, -\sqrt{80}), (\sqrt{80}, 0), (-\sqrt{80}, 0)$ 7 (7) א. $(1, 3), (-3, -1)$ ב. $\sqrt{32}$

8 (8) א. $(6, 7), (-2, -9)$ 9 (9) א. $(1, -7), (5, 5)$ 2 (2) $(-5, 5)$ 3 (3) אין נקודות חיתוך.

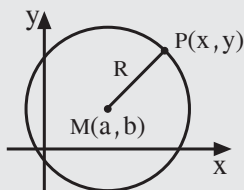
ג. 1, 2, 0. 10 (10) ב. $(-2, -4)$ ג. $(4, -2), (-4, 2)$ ד. ריבוע. 11 (11) א. $y = 3x + 2$

ב. $(0, 2), (-1.2, -1.6)$ 12 (12) א. 12. 13 (13) א. $y = \frac{3}{2}x, y = -\frac{2}{3}x$ ב. 26.

14 (14) א. $(13, 0), (-13, 0)$ ב. 12. ג. 5. 15 (15) א. $\frac{y}{x-5}$ ב. $\frac{y}{x+5}$ 16 (16) א. $(x-3)^2 + y^2$

ב. $(x+3)^2 + y^2$ 17 (17) א. $\sqrt{(x-4)^2 + y^2}$ ב. $\sqrt{(x-1)^2 + y^2}$ 18 (18) א. $\frac{x^2}{4}, \frac{y^2}{4}$

מעגל כללי – גיאומטריה אנליטית



נעבור למעגל כללי.

נניח עכשיו שמרכז המעגל הוא בנקודה $M(a, b)$

ורדיוסו הוא R . אם $P(x, y)$ היא נקודה כלשהי

על המעגל אז עפ"י המרחק בין שתי הנקודות

$$(x, y) \text{ ו- } (a, b) \text{ נקבל } (x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2.$$

נוכל לסכם:

משוואתו של מעגל שרדיוסו R ומרכזו בנקודה (a, b) היא:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

שים לב: למעגל יש שלושה פרמטרים a, b ו- R כאשר: a הוא שיעור ה- x של מרכז המעגל, b הוא שיעור ה- y של מרכז המעגל ו- R הוא רדיוס המעגל.

דוגמא א':

מצא את משוואת המעגל שמרכזו בנקודה $(-2, 3)$ ורדיוס $\sqrt{10}$.

פתרון:

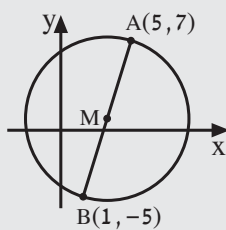
משוואת המעגל היא $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$. לפי הנתון כאן מתקיים $a = -2$, $b = 3$, $R = \sqrt{10}$. לכן המשוואה היא $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 10$.

הערה: את המשוואה שקיבלנו אפשר לכתוב גם בצורה אחרת. אם נעלה בריבוע ונעביר את המספרים לצד ימין נקבל את המשוואה $x^2 + 4x + y^2 - 6y = -3$. החיסרון של משוואה זו הוא, שקשה למצוא ממנה את מרכז המעגל ואת רדיוסו. ראה דוגמא ג' בעמ' זה.

דוגמא ב':

מצא את משוואת המעגל שהנקודות $A(5, 7)$ ו- $B(1, -5)$ הן קצות קוטר שלו.

פתרון:



מרכז המעגל $M(a, b)$ הוא באמצע הקטע AB ורדיוס המעגל

הוא המרחק מ- M ל- A (או ל- B). נמצא את הנקודה M :

$$a = \frac{5+1}{2} = 3, \quad b = \frac{7-5}{2} = 1, \quad \text{לכן } M = (3, 1).$$

נחשב את ריבוע הרדיוס: $R^2 = AM^2 = (5-3)^2 + (7-1)^2 = 4 + 36 = 40$.

לכן משוואת המעגל היא $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 40$.

דוגמא ג':

מצא את מרכזו ורדיוסו של המעגל שמשוואתו היא $x^2 - 8x + y^2 + 2y = 19$.

פתרון:

כדי למצוא את המרכז והרדיוס נכתוב את המשוואה בצורה $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$. נעשה זאת ע"י השלמה לריבוע של הביטויים המכילים את x ו- y . נקבל:

$$x^2 - 8x + 16 - 16 + y^2 + 2y + 1 - 1 = 19 \quad \text{נעביר את המספרים השליליים לאגף ימין, נפרק}$$

$$\text{לגורמים עפ"י הנוסחאות לדו איבר בריבוע ונקבל } (x-4)^2 + (y+1)^2 = 36.$$

לכן מרכז המעגל הוא בנקודה $(4, -1)$ ורדיוסו 6.

דוגמא ד':

מרכזו של מעגל נמצא על הישר $y = x + 1$, ורדיוסו $\sqrt{10}$ והוא עובר בנקודה $(4, 1)$.

א. מצא את המשוואות של שני המעגלים שמקימים את התנאים הנ"ל.

ב. מצא את נקודת החיתוך השנייה של שני המעגלים (פרט לנקודה $((4, 1))$).

פתרון:

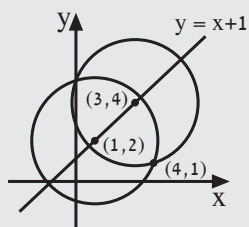
א. משוואת המעגל באופן כללי היא $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$. עפ"י הנתון $R = \sqrt{10}$

ולכן צריך למצוא את a ו- b . מרכז המעגל נמצא על הישר $y = x + 1$ ולכן

משוואה ראשונה היא $b = a + 1$. המעגל עובר בנקודה $(4, 1)$ ולכן משוואה

שנייה היא $(4-a)^2 + (1-b)^2 = 10$. ע"י הצבת $b = a + 1$ במשוואה השנייה

$$\text{נקבל } (4-a)^2 + (1-a-1)^2 = 10.$$



המשוואה הריבועית המתקבלת היא $a^2 - 4a + 3 = 0$ והפתרונות הם $a_1 = 1$, $a_2 = 3$. לכן $b_1 = 2$, $b_2 = 4$. כלומר קיימים שני מעגלים המקיימים את תנאי הבעיה:
 (1) $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 10$, (2) $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 10$.

בציור משמאל מתוארים הישר $y = x + 1$, הנקודה $(4, 1)$ ושני המעגלים שמרכזיהם $(1, 2)$ ו- $(3, 4)$ והרדיוס שלהם $\sqrt{10}$.

ב. עלינו לפתור את מערכת המשוואות

$$\begin{cases} (x-1)^2 + (y-2)^2 = 10 \\ (x-3)^2 + (y-4)^2 = 10 \end{cases}$$

נפתח סוגריים ואחר כך נחסר את המשוואה השנייה מהראשונה כדי שהביטויים x^2 ו- y^2 יתבטלו.

$$\begin{array}{r} x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 10 \\ - \quad x^2 - 6x + 9 + y^2 - 8y + 16 = 10 \\ \hline 4x - 8 + 4y - 12 = 0 \end{array}$$

נקבל:

לאחר כינוס איברים וצמצום ב-4 נקבל את המשוואה $x + y = 5$ ולכן $y = 5 - x$. נציב תוצאה זו במשוואה הראשונה ונקבל $(x-1)^2 + (5-x-2)^2 = 10$. המשוואה הריבועית המתקבלת היא $x^2 - 4x = 0$ והפתרונות הם $x_1 = 4$, $x_2 = 0$. לכן $y_1 = 1$, $y_2 = 5$. כלומר נקודת החיתוך השנייה של המעגלים היא $(0, 5)$.

תרגילים

(מעגל כללי – גיאומטריה אנליטית)

מעגל כללי – ישרים ונקודות חיתוך

משוואת מעגל שמרכזו בנקודה (a, b) ורדיוסו R היא: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$

מצא את משוואתו של המעגל עפ"י מרכזו M ורדיוסו R :

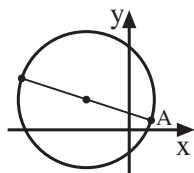
- (1) $M(2, 3)$, $R = 4$ (2) $M(-1, 4)$, $R = 2$ (3) $M(-6, -9)$, $R = \sqrt{20}$
 (4) $M(0, 3)$, $R = \sqrt{45}$ (5) $M(-7, 0)$, $R = 8$ (6) $M(-5, -3)$, $R = 2\sqrt{3}$

מצא את מרכזו ורדיוסו של המעגל עפ"י משוואתו:

(7) $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 16$ (8) $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 25$

$$(x+7)^2+(y+1)^2 = 40 \quad \text{10} \qquad (x+6)^2+y^2 = 20 \quad \text{9}$$

$$(x-9)^2+(y+5)^2 = 50 \quad \text{12} \qquad x^2+(y-8)^2 = 100 \quad \text{11}$$



$$(x+4)^2+(y-3)^2 = 40 \quad \text{13}$$

א. מצא את המרכז והרדיוס של המעגל.

ב. הראה שהנקודה $A(2, 1)$ נמצאת על המעגל.

ג. מצא את קצהו השני של הקוטר שקצהו האחד

הוא בנקודה A.

$$(x-3)^2+(y+7)^2 = 50 \quad \text{14}$$

א. מצא מבין הנקודות הבאות את שתי הנקודות שנמצאות על המעגל:

$(3, 0)$, $(10, -6)$, $(9, -3)$, $(-2, -12)$.

ב. האם שתי הנקודות הנ"ל הן קצות קוטר במעגל? נמק.

ג. הראה שהנקודה $A(-2, -2)$ נמצאת על המעגל הנ"ל ומצא את הנקודה B

כך שהקטע AB הוא קוטר במעגל.

$$(x-2)^2+(y-1)^2 = 25 \quad \text{15}$$

א. שרטט את המעגל.

ב. קבע בעזרת חישוב ובדוק בשרטוט לגבי כל אחת מהנקודות הבאות האם היא נמצאת:

(1) בתוך המעגל. (2) על המעגל. (3) מחוץ למעגל.

$(6, 5)$, $(-2, 4)$, $(-3, 0)$, $(5, -3)$, $(-2, -1)$, $(4, -3)$, $(6, -2)$.

ג. מצא שתי נקודות מבין הנקודות הנ"ל שהן קצות קוטר במעגל הנ"ל.

$$(2, 4) \quad \text{16}$$

מרכזו של מעגל הוא בנקודה $(2, 4)$ והוא עובר בנקודה $(6, 1)$. מצא את משוואתו.

מצא את משוואתו של המעגל שמרכזו בנקודה M והוא עובר בנקודה A:

$$A(0, 0), M(2, -1) \quad \text{17} \qquad A(5, 4), M(-3, 0) \quad \text{18} \qquad A(2, -2), M(-4, -5) \quad \text{19}$$

$$A(-1, 4) \quad \text{20}$$

הנקודות A ו-B $(7, -2)$ הן קצות קוטר של מעגל. מצא את:

א. מרכז המעגל. ב. רדיוס המעגל. ג. משוואת המעגל.

$$B(3, 5), A(-5, -1) \quad \text{21}$$

א. מצא את שיעורי אמצע הקטע AB.

ב. מצא את משוואת המעגל שקוטרו הוא הקטע AB.

מצא את משוואת המעגל שהנקודות הבאות הן קצות קוטר שלו:

$$(-7, 5), (5, -1) \quad \text{24} \qquad (-8, 4), (0, 0) \quad \text{23} \qquad (-1, 4), (5, 2) \quad \text{22}$$

$$(-1, -8), (1, 6) \quad \text{27} \qquad (1, 3), (-5, -3) \quad \text{26} \qquad (-6, 2), (6, -2) \quad \text{25}$$

(28) נתון המעגל $x^2 + y^2 = 10$. כתוב את משוואת המעגל אם מזיזים אותו:

- 4 יחידות ימינה ו-3 יחידות למעלה.
- 2 יחידות שמאלה ו-5 יחידות למטה.
- 7 יחידות שמאלה ויחידה אחת למעלה.
- 5 יחידות ימינה ו-6 יחידות שמאלה.

(29) נתון המעגל $(x-1)^2 + (y+4)^2 = 50$. כתוב את משוואת המעגל אם מזיזים אותו:

- 3 יחידות ימינה ו-4 יחידות למעלה.
- 5 יחידות שמאלה ו-2 יחידות למטה.
- 6 יחידות שמאלה.
- 7 יחידות למעלה.

רשום את משוואת המעגל בצורה $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ ומצא את מרכזו ורדיוסו:

$$x^2 + 2x + y^2 - 8y = 3 \quad (31) \qquad x^2 - 6x + y^2 + 4y = 12 \quad (30)$$

$$x^2 + y^2 + 8x - 14y = 35 \quad (33) \qquad x^2 + y^2 + 12x + 6y = 0 \quad (32)$$

$$x^2 + y^2 - 18y = -1 \quad (35) \qquad x^2 + y^2 - 10x = -9 \quad (34)$$

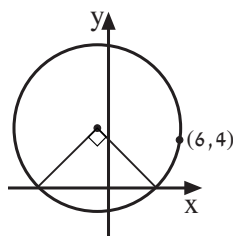
(36) מצא את נקודות החיתוך של המעגל $(x-7)^2 + (y-5)^2 = 50$ עם הצירים.

(37) א. האם המעגל $(x-6)^2 + (y+2)^2 = 45$ עובר דרך ראשית הצירים? נמק.

ב. מצא את משוואת הישר העובר דרך מרכז המעגל והמאונך לישר המחבר את המרכז עם ראשית הצירים.

(38) א. הראה שהנקודה $A(2, 7)$ נמצאת על המעגל $(x+2)^2 + (y-5)^2 = 20$.

ב. דרך A מעבירים קוטר במעגל. מצא את משוואתו של הקוטר.



(39) א. מצא את משוואת המעגל שמרכזו בנקודה $(-1, 5)$

והוא עובר בנקודה $(6, 4)$.

ב. מצא את נקודות החיתוך של המעגל עם הצירים.

ג. הראה שהקטעים שמחברים את מרכז המעגל עם

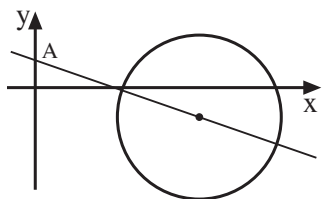
נקודות החיתוך שלו עם ציר ה-x ניצבים זה לזה.

(40) מרכזו של מעגל הוא בנקודה $(4, -1)$ והוא עובר בראשית הצירים.

א. מצא את משוואת המעגל.

ב. מצא את שתי נקודות החיתוך הנוספות של המעגל עם הצירים.

ג. הראה ששתי הנקודות שמצאת בסעיף ב' הן קצוות של קוטר.



41 א. מצא את נקודות החיתוך של המעגל שמרכזו

בנקודה $(6, -1)$ וקוטרו $\sqrt{40}$ עם ציר ה- x .

(הדרכה: מצא תחילה את הרדיוס ע"י הקוטר).

ב. הראה ע"י חישוב שהמעגל לא חותך את ציר ה- y .

ג. הישר העובר דרך נקודות החיתוך השמאלית שמצאת

בסעיף א' ודרך מרכז המעגל חותך את ציר ה- y

בנקודה A. חשב את שיעורי הנקודה A.

42 נתונות הנקודות $A(0, 3)$, $B(4, 1)$.

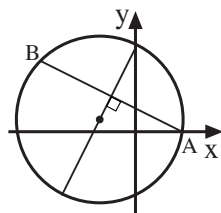
א. מצא את משוואת הישר העובר דרך B והמאונך לישר AB.

ב. הישר הנ"ל חותך את ציר ה- y בנקודה C. מצא את משוואת המעגל ש-AC הוא

קוטר שלו.

43 משוואות שני קטרים במעגל הן $y = 2x + 3$ ו- $y = -4x - 1$. המעגל עובר בנקודה $(7, -8)$.

מצא את: א. מרכז המעגל. ב. רדיוס המעגל. ג. משוואת המעגל.



44 נתונים המעגל $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 50$ והנקודות

$A(4, 0)$, $B(-8, 6)$.

א. הראה שהקטע AB הוא מיתר במעגל שאיננו

קוטר.

ב. מצא את משוואת הקוטר המאונך למיתר AB.

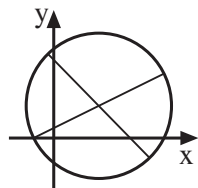
ג. הראה שאמצע המיתר נמצא על הקוטר הנ"ל.

45 א. מצא את נקודות החיתוך של המעגל $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 20$ והישר $y = -x + 3$.

ב. מצא את אורך המיתר שבין שתי נקודות החיתוך הנ"ל.

46 א. מצא את נקודות החיתוך של הישר $y = 2x + 4$ והמעגל $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 45$.

ב. הראה שנקודות החיתוך הנ"ל הן קצות קוטר במעגל.



47 משוואות שני קטרים במעגל הן $x - 2y = -2$ ו- $x + y = 7$.

קוטר המעגל הוא $\sqrt{180}$.

א. מצא את: (1) מרכז המעגל. (2) רדיוס המעגל.

(3) משוואת המעגל.

ב. מצא את נקודות החיתוך של הקוטר $x - 2y = -2$

עם המעגל.

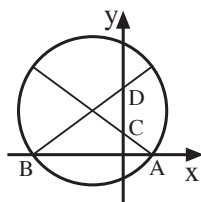
ג. קבע אילו מהישרים הבאים הם קטרים במעגל הנ"ל: (אין צורך למצוא נקודות חיתוך)

$3x - 2y = 6$, $5x - 4y = 8$, $-4x + 3y = 0$, $-7x + 9y = -1$.

(48) נתון המעגל $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 50$. דרך מרכז המעגל מעבירים קוטר המקביל לישר $y = x + 6$.

- מצא את משוואת הקוטר.
- מצא את קצות הקוטר.

(49) א. מצא את משוואת המעגל שמרכזו בנקודה $M(3, -4)$ והעובר בראשית הצירים.
 ב. המעגל הנ"ל חותך את ציר ה- x בנקודה נוספת A ואת ציר ה- y בנקודה נוספת B .
 מצא את שיעורי הנקודות A ו- B .
 ג. הוכח שהנקודות M, A ו- B נמצאות על ישר אחד.

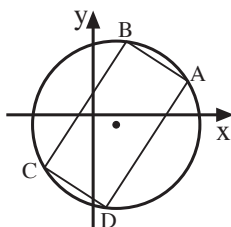


(50) המעגל $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 25$ חותך את ציר ה- x בנקודות A ו- B .

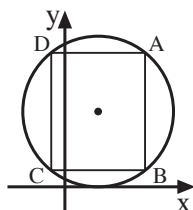
- מצא את שיעורי הנקודות A ו- B .
- מצא את משוואות הישרים שעליהם מונחים שני הקטרים היוצאים מהנקודות A ו- B .
- הקטרים הנ"ל חותכים את ציר ה- y בנקודות C ו- D .
 חשב את אורך הקטע CD .

(51) את המעגל $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 100$ מזיזים 2 יחידות ימינה ו-3 יחידות למטה.
 א. כתוב את משוואת המעגל המתקבל לאחר ההזזה.
 ב. הישר העובר דרך ראשית הצירים ודרך מרכז המעגל שהתקבל לאחר ההזזה חותך מעגל זה בשתי נקודות. מצא ע"י חישוב את שיעורי שתי הנקודות.

מעגל חוסם – מלבן (גיאומטריה אנליטית)



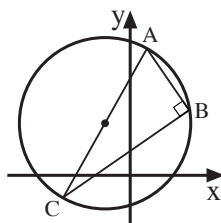
(52) שני קודקודים סמוכים של מלבן החסום במעגל $(x-2)^2 + (y+1)^2 = R^2$ הם $A(9, 3)$ ו- $B(3, 7)$.
 א. מצא את הרדיוס R .
 ב. מצא את שני הקודקודים האחרים של המלבן.
 (הדרכה: אלכסוני המלבן עוברים דרך מרכז המעגל).
 ג. חשב את שטח המלבן.



(53) במעגל $(x-2)^2 + (y-5)^2 = R^2$ חסמו מלבן $ABCD$ שצלעותיו מקבילות לצירים. הצלע AB נמצאת על הישר $x = 5$ והצלע AD נמצאת על הישר $y = 9$.
 א. מצא את שיעורי הנקודה A ואת הרדיוס R .
 ב. מצא את שיעורי הנקודות B, C ו- D .

- 54) שלושה קודקודים של מלבן ABCD הם: $A(1,7)$, $B(-2,1)$ ו- $D(9,3)$.
 א. מצא את שיעורי הקודקוד C.
 ב. מצא את משוואת המעגל שהאלכסון AC הוא קוטרו.
 ג. הראה שהמעגל עובר דרך הקודקודים B ו-D.

מעגל חוסם – משולש ישר זווית (גיאומטריה אנליטית)

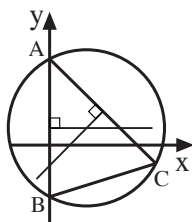


- 55) קודקודיו של משולש ABC הם $A(1,7)$, $B(3,5)$ ו- $C(-3,-1)$.
 א. הוכח שהמשולש ישר זווית.
 ב. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש.
 (הדרכה: מרכז מעגל החוסם משולש ישר זווית הוא באמצע היתר).

- 56) קודקודיו של משולש ABC הם $A(2,1)$, $B(8,-5)$ ו- $C(6,-7)$.
 א. הוכח שזווית B היא זווית ישרה.
 ב. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש.
 ג. שרטט את המשולש והמעגל הנ"ל במערכת צירים.

- 57) במשולש ABC נתון $\angle B = 90^\circ$, $A(10,-4)$, $B(4,2)$ וקודקוד C נמצא על ציר ה-y.
 א. מצא את שיעורי קודקוד C.
 ב. מצא את משוואת המעגל שקוטרו הוא הצלע AC.
 ג. הראה שהמעגל חוסם את המשולש ABC. (הדרכה: הראה שקודקוד B נמצא על המעגל).

מעגל חוסם – משולש כללי (גיאומטריה אנליטית)

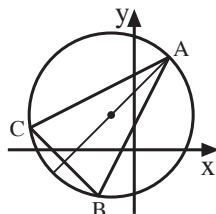


- 58) קודקודיו של משולש ABC הם $A(0,5)$, $B(0,-3)$ ו- $C(6,-1)$.
 א. מצא את משוואת האנך האמצעי לצלע AB.
 ב. מצא את משוואת האנך האמצעי לצלע AC.
 ג. מצא את מרכז המעגל החוסם את המשולש ABC.
 (הדרכה: מרכז המעגל החוסם משולש הוא במפגש האנכים האמצעיים).
 ד. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש ABC.

- 59) מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש שקודקודיו הם $A(-2,1)$, $B(6,-3)$ ו- $C(7,4)$. (הדרכה: פתור עפ"י הסעיפים של התרגיל הקודם).

- 60 מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש שקודקדיו הם $A(3, 4)$, $B(9, -4)$, $C(-3, -8)$. (הדרכה: פתור עפ"י הסעיפים של תרגיל 58 שבעמוד הקודם).

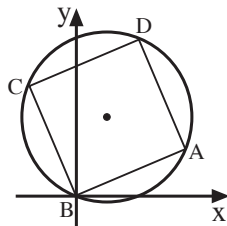
מעגל חוסם – משולש שווה שוקיים (גיאומטריה אנליטית)



- 61 ABC הוא משולש שווה שוקיים שבו $AB = AC$ והוא חסום במעגל. נתון: $A(3, 8)$, $B(-3, -4)$ ומשוואת הקוטר העובר דרך A היא $y = x + 5$.
 א. מצא את משוואת האנך האמצעי לשוק AB .
 ב. מצא את מרכז המעגל החוסם את המשולש ABC .
 ג. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש ABC .
 ד. מצא את שיעורי הקודקוד C . (הדרכה: מצא תחילה את נקודת האמצע של הבסיס BC שהיא נקודת החיתוך של משוואת הבסיס BC והקוטר הני"ל).

- 62 במשולש שווה שוקיים ABC ($AB = AC$) נתון $A(3, 7)$, $B(1, 3)$. משוואת הצלע BC היא $x + 3y = 10$.
 א. מצא את משוואת האנך האמצעי לשוק AB .
 ב. מצא את מרכז המעגל החוסם את המשולש ABC . (הדרכה: מצא תחילה את משוואת הקוטר שעובר דרך A).

מעגל חוסם – ריבוע (גיאומטריה אנליטית)



- 63 במעגל $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 20$ חסום ריבוע $ABCD$. נתון: $B = (0, 0)$.
 א. מצא את שיעורי הקודקוד D .
 ב. מצא את משוואת האלכסון AC .
 ג. מצא את שיעורי הקודקודים A ו- C .

- 64 קודקדיו של משולש ABC הם $A(-2, 11)$, $B(2, 3)$ ו- $C(-6, -1)$.
 א. הוכח שהמשולש הוא ישר זווית ושווה שוקיים.
 ב. מצא את שיעורי הנקודה D כך שהמרובע $ABCD$ הוא ריבוע.
 ג. מצא את משוואת המעגל החוסם את הריבוע.
 ד. מצא את משוואת המעגל החסום בריבוע. (הדרכה: נקודת השקה היא באמצע צלע).

חישובים בעזרת משוואת המעגל (גיאומטריה אנליטית)

- 65 המעגל $(x-a)^2 + (y-3)^2 = 10$ עובר בנקודה $(5, 4)$. מצא את a . (שתי אפשרויות).
 66 המעגל $(x+2)^2 + (y-b)^2 = 20$ עובר בנקודה $(-6, 3)$. מצא את b . (שתי אפשרויות).

- 67** המעגל $(x-4)^2 + (y+k)^2 = 25$ עובר דרך ראשית הצירים.
 א. מצא את השיעורים של מרכז המעגל (מצא את שתי האפשרויות).
 ב. רשום את משוואת המעגל שמרכזו ברביע הרביעי.
 ג. האם המעגל שבסעיף ב' עובר דרך הנקודה $(-1, 1)$? נמק.
- 68** מרכזו של מעגל הוא על ציר ה- y , רדיוסו 5 והוא עובר בנקודה $(3, 3)$.
 מצא את המשוואות של שני המעגלים המקיימים את התנאים הנ"ל.
(הדרכה: אם מרכז המעגל הוא על ציר ה- y אז שיעור ה- x של המרכז הוא 0).
- 69** מרכזו של מעגל נמצא על ציר ה- x , רדיוסו $\sqrt{50}$ והוא עובר בנקודה $(1, -7)$.
 א. מצא את המשוואות של שני המעגלים שמקיימים את התנאים הנ"ל.
 ב. מצא את נקודת החיתוך השנייה של שני המעגלים. (פרט לנקודה $(1, -7)$).
- 70** מצא את משוואתו של מעגל שמרכזו על הישר $y = 3$, רדיוסו $\sqrt{20}$ והוא עובר בנקודה $(2, 7)$. (שתי אפשרויות).
- 71** מרכזו של מעגל הוא על ציר ה- x והוא עובר דרך הנקודות $A(4, 3)$, $B(0, -1)$.
 א. מצא את מרכז המעגל. **(הדרכה:** דרך א' – משוואת המעגל היא מהצורה $(x-a)^2 + y^2 = R^2$. דרך ב' – האנך האמצעי לקטע AB עובר דרך מרכז המעגל).
 ב. מצא את משוואת המעגל.
- 72** א. מצא את משוואתו של מעגל שמרכזו על הישר $x = 2$ והוא עובר דרך הנקודות $(5, 6)$ ו- $(-4, 3)$.
 ב. מצא את נקודות החיתוך של הישר $x - 3y = 17$ עם המעגל.
- 73** מצא את משוואת המעגל שמרכזו על הישר $y = 2x$, רדיוסו $\sqrt{20}$ והוא עובר בנקודה $(5, 0)$. **(הדרכה:** אם מרכז המעגל הוא בנקודה $M(a, b)$ אז $b = 2a$).
- 74** מצא את משוואתו של מעגל שמרכזו על הישר $y = -2x + 3$, רדיוסו $\sqrt{17}$ והוא עובר בנקודה $(1, 3)$. (שתי אפשרויות).
- 75** מצא את משוואת המעגל שמרכזו על הישר $y = x + 1$ והוא עובר דרך הנקודות $(0, 0)$ ו- $(2, 0)$.
- 76** מצא את משוואת המעגל שמרכזו על הישר $y = 3x + 2$ והוא עובר דרך הנקודות $(4, 0)$ ו- $(2, 6)$.
- 77** מהן משוואות שני המעגלים שרדיוסיהם $\sqrt{10}$ והם עוברים בנקודות $(0, 0)$ ו- $(4, 2)$?

78) מהן משוואות שני המעגלים שרדיוסיהם $\sqrt{50}$ והם עוברים בנקודות (3,2) ו-(1,6)?

מצא את נקודות החיתוך של זוגות המעגלים הבאים:

79) $x^2 + y^2 = 10$, $(x-3)^2 + (y-6)^2 = 25$

80) $x^2 + y^2 = 8$, $(x-5)^2 + (y+5)^2 = 18$

81) $x^2 + y^2 = 20$, $(x-3)^2 + (y-9)^2 = 50$

82) $x^2 + y^2 = 5$, $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 2$

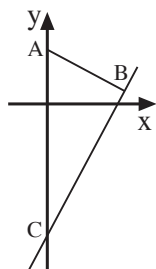
83) $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 52$, $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 100$

84) $(x-4)^2 + (y+2)^2 = 25$, $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 40$

85) $(x+3)^2 + (y+1)^2 = 50$, $(x+5)^2 + (y-1)^2 = 18$

תרגילים שונים – מעגל כללי (גיאומטריה אנליטית)

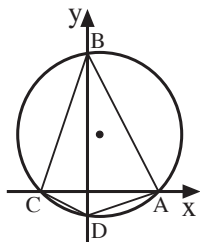
86) דרך נקודת החיתוך של הישרים $y = 30 - 7x$ ו- $5x - 4y = 12$ עובר מעגל שמרכזו $(3, -3)$. מצא את משוואת המעגל.



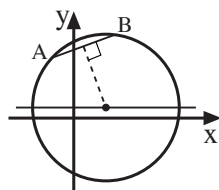
87) נתונות שתי נקודות $A(0, 3)$ ו- $B(4, 1)$.
 א. מצא את משוואת האנך לישר AB העובר דרך B.
 ב. האנך הנ"ל חותך את ציר ה-y בנקודה C.
 מצא את משוואת המעגל שקוטרו AC.
 ג. האם הנקודה B נמצאת על המעגל?
 נמק מבלי לבצע חישובים.

88) נתונות הנקודות: $A(2, 8)$ ו- $B(6, 9)$.
 א. מעבירים אנך לקטע AB דרך הנקודה A. האנך חותך את ציר ה-x בנקודה C.
 מצא את השיעורים של הנקודה C.
 ב. מצא את משוואת המעגל שמרכזו בנקודה C והוא עובר דרך הנקודה B.

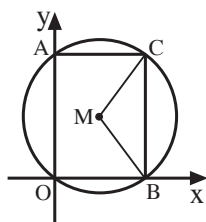
89) א. הראה שהנקודות $A(7, -3)$ ו- $B(-1, 1)$ הן קצות קוטר במעגל $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 20$.
 ב. דרך מרכז המעגל עובר ישר הניצב לקוטר הנ"ל. מצא את נקודות החיתוך של הישר עם המעגל.
 ג. איזה מרובע הוא המרובע שקודקדיו הם הנקודות A ו-B ושתי הנקודות שמצאת בסעיף ב'?



- 90) המעגל $(x-1)^2 + (y-5)^2 = 50$ חותך את הצירים בנקודות A, B, C ו-D כמתואר בציור.
א. חשב את שטח המרובע ABCD. (הדרכה:
האלכסונים של המרובע AC ו-BD מאונכים זה לזה).
ב. חשב את היקף המרובע ABCD.



- 91) שני קודקודים של משולש ABC הם $A(-2, 6)$ ו- $B(4, 8)$. מרכז המעגל החוסם את המשולש נמצא על הישר $y = 1$.
א. מצא את משוואת האנך האמצעי לצלע AB.
ב. מצא את מרכז המעגל ואת משוואתו.
ג. מצא את הקודקוד C אם נתון שהוא נמצא על ציר ה-x.
92) משוואות הצלעות של משולש הן: $y = 5$, $y = x + 1$ ו- $y = 4x + 13$.
א. מצא את קודקודי המשולש.
ב. מצא את מרכז המעגל החוסם את המשולש.
ג. הסבר מדוע המשולש הוא קהה זווית.



- 93) נתון המעגל $(x-2)^2 + (y-3)^2 = R^2$ שמרכזו בנקודה M. המעגל עובר דרך ראשית הצירים O וחותך את ציר ה-y בנקודה נוספת A ואת ציר ה-x בנקודה נוספת B. AOB הוא מלבן.
א. מצא את הרדיוס R.
ב. חשב את שטח המשולש CMB.

- 94) נתון משולש ישר זווית ABC ($\angle B = 90^\circ$). שניים מקודקודי המשולש הם $A(1, -3)$ ו- $B(1, 9)$.
א. מצא את שיעורי הקודקוד C אם נתון שקודקוד זה נמצא על הישר $y = x + 4$.
ב. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש.

- 95) שני קודקודים של משולש ישר זווית ABC ($\angle C = 90^\circ$) הם $A(-1, 2)$ ו- $B(7, 6)$.
א. מצא את קודקוד C אם נתון שהוא נמצא על ציר ה-x. (הבחן בין שתי אפשרויות וסמן ב- C_1 את הנקודה השמאלית וב- C_2 את הנקודה הימנית).
ב. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש ABC_1 ואת משוואת המעגל החוסם את המשולש ABC_2 .
ג. מה ניתן לומר על הנקודות A, B, C_1 ו- C_2 ?

- 96 קודקוד הזווית הישרה של משולש ישר זווית נמצא על הישר $y = 2x - 12$. שני הקודקודים האחרים הם בנקודות $(3, 4)$, $(-7, -6)$.
א. מצא את השיעורים של קודקוד הזווית הישרה. (הדרכה: סמן את הקודקוד ב- $(x, 2x - 12)$).
ב. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש.

תשובות (מעגל כללי – גיאומטריה אנליטית):

- 1 $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 16$ 2 $(x+1)^2 + (y-4)^2 = 4$ 3 $(x+6)^2 + (y+9)^2 = 20$ 4 $x^2 + (y-3)^2 = 45$ 5 $(-10, 5)$ 6 $(x+5)^2 + (y+3)^2 = 12$ 7 $(4, 3)$ 8 $(2, -1)$ 9 $(-6, 0)$ 10 $(-7, -1)$ 11 $(0, 8)$ 12 $(-4, 3)$ 13 $(-10, 5)$ 14 $(10, -6)$ 15 $(8, -12)$ 16 $(-2, -12)$ 17 $(-2, 4)$ 18 $(6, -2)$ 19 $(x+4)^2 + (y+5)^2 = 45$ 20 $(x+3)^2 + y^2 = 80$ 21 $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$ 22 $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 25$ 23 $(x+4)^2 + (y-2)^2 = 20$ 24 $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 25$ 25 $x^2 + y^2 = 40$ 26 $x^2 + (y+1)^2 = 50$ 27 $(x+7)^2 + (y-1)^2 = 10$ 28 $(x+2)^2 + (y+5)^2 = 10$ 29 $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 10$ 30 $(x-4)^2 + y^2 = 50$ 31 $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 50$ 32 $(x+6)^2 + (y+3)^2 = 45$ 33 $(x+4)^2 + (y-7)^2 = 100$ 34 $(x-5)^2 + y^2 = 16$ 35 $(3, -2)$ 36 $(0, 4)$ 37 $(0, 6)$ 38 $(2, 0)$ 39 $(12, 0)$ 40 $(-6, -3)$ 41 $(-4, 7)$ 42 $(0, 1)$ 43 $(9, 0)$ 44 $(3, 0)$ 45 $y = 3x - 20$ 46 $y = \frac{1}{2}x + 6$ 47 $(x+1)^2 + (y-5)^2 = 50$ 48 $(x-4)^2 + (y+1)^2 = 17$ 49 $(0, -2)$ 50 $(0, 12)$ 51 $(-6, 0)$ 52 $(4, 0)$ 53 $(0, -2)$ 54 $(0, 6)$ 55 $(-4, -4)$ 56 $(2, 8)$ 57 $(6, -3)$ 58 $(0, 3)$ 59 $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 45$ 60 $(10, 6)$ 61 $(-2, 0)$ 62 $(-3, 4)$ 63 $(9, -12)$ 64 $(-5, -5)$ 65 $(-1, 9)$ 66 $(-1, 1)$ 67 $(5, 1)$ 68 $(5, 9)$ 69 $(1, -9)$ 70 $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 20$ 71 $(x-3.5)^2 + (y-2)^2 = 31.25$ 72 $(x-5)^2 + (y+3)^2 = 26$ 73 $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 20$ 74 $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 25$ 75 $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 50$ 76 $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 50$ 77 $(-9, 2)$ 78 $(-2, 3)$ 79 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 80 $y = -\frac{1}{2}x + 6$ 81 $(2\frac{2}{7}, 4\frac{6}{7})$ 82 $(4, 8)$ 83 $(-10, 7)$ 84 $(x+4)^2 + (y-5)^2 = 20$ 85 $(x+4)^2 + (y-5)^2 = 40$

- 65) 2, 8. 66) 1, 5. 67) א. $(4, 3)$, $(4, -3)$. ב. $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 25$. ג. לא.
- 68) $x^2 + (y-7)^2 = 25$, $x^2 + (y+1)^2 = 25$. א. $x^2 + y^2 = 50$, $(x-2)^2 + y^2 = 50$. ב. $(1, 7)$.
- 70) $x^2 + (y-3)^2 = 20$, $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 20$. א. $(3, 0)$. ב. $(x-3)^2 + y^2 = 10$.
- 73) $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 20$. 74) $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 17$, $(x+1.6)^2 + (y-6.2)^2 = 17$.
- 75) $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$. 76) $x^2 + (y-2)^2 = 20$. 77) $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 10$.
- 78) $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 10$, $(x-8)^2 + (y-7)^2 = 50$, $(x+4)^2 + (y-1)^2 = 50$. 79) $(3, 1)$.
- 80) $(-1, 3)$. 82) אין חיתוך. 83) $(8, -3)$, $(-2, 7)$. 84) $(0, -5)$, $(4, 3)$.
- 85) $(-8, 4)$. 86) $(x-3)^2 + (y+3)^2 = 26$. 87) א. $y = 2x - 7$. ב. $x^2 + (y+2)^2 = 25$.
- 88) א. $(4, 0)$. ב. $(x-4)^2 + y^2 = 85$. 90) א. 70. ב. 36.86. 91) א. $y = -3x + 10$.
- ב. $(3, 1)$. ג. $(10, 0)$ או $(-4, 0)$. 92) א. $(4, 5)$, $(-2, 5)$.
- ב. $(-4, -3)$. ג. $(1, 0)$. 93) א. $\sqrt{13}$. ב. 6. 94) א. $(5, 9)$. ב. $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 40$.
- 95) א. $(1, 0)$, $(5, 0)$. ב. $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 20$, $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 20$. ג. נמצאות על אותו המעגל. 96) א. $(3, -6)$ או $(5, -2)$. ב. $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 50$.

משיק למעגל – גיאומטריה אנליטית

נדון עכשיו בישר המשיק למעגל. נזכיר את ההגדרה:

ישר משיק למעגל אם יש לו נקודה אחת ויחידה משותפת עם המעגל.

נוסף לכך ניעזר בשני המשפטים הבאים מהגיאומטריה:

(1) **משיק למעגל מאונך לרדיוס שנפגש איתו בנקודת ההשקה.**

(2) **ישר המאונך לרדיוס בקצהו הוא משיק למעגל.**

הערה: במקום להגיד ישר משיק מקובל גם להגיד רק משיק. כמו כן אפשר להגיד גם שהמעגל משיק לישר.

השקה לצירים (גיאומטריה אנליטית)

דוגמא א':

ציר ה- x משיק למעגל שמרכזו ברביע הראשון ורדיוסו 3 בנקודה $(4, 0)$. מצא את משוואת המעגל.

פתרון:

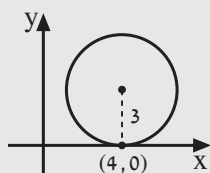
שיעור ה- x של מרכז המעגל שווה לשיעור ה- x של נקודת ההשקה (כי הרדיוס מאונך למשיק) ולכן $a = 4$. שיעור

ה- y של מרכז המעגל שווה לאורך הרדיוס ולכן $b = R = 3$.

מכאן שמשוואת המעגל היא $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 9$.

הערה: אם המעגל היה ברביע הרביעי אז היינו מקבלים

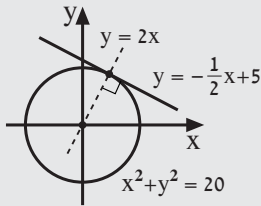
$b = -3$ ו- $R = 3$, ואת המשוואה $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 9$.



השקה לישרים משופעים (גיאומטריה אנליטית)

דוגמא ב':

מצא את משוואת המשיק למעגל $x^2 + y^2 = 20$ בנקודה $(2, 4)$ שעליו.
פתרון:

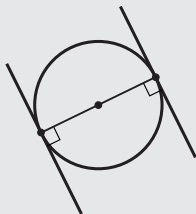


נמצא תחילה את שיפוע הרדיוס העובר דרך מרכז המעגל (הנקודה $(0, 0)$) ודרך נקודת ההשקה (הנקודה $(2, 4)$). קל לראות שהשיפוע הוא 2. (משוואת הרדיוס היא $y = 2x$ אבל אין צורך למצוא אותה). עכשיו נסתמך על כך שישר המאונך לרדיוס בקצהו הוא משיק למעגל ונקבל ששיפוע המשיק הוא $-\frac{1}{2}$. נוסף לכך הוא עובר בנקודה $(2, 4)$.

ניעזר בתבנית $y - y_1 = m(x - x_1)$ ונקבל שמשוואת המשיק היא $y = -\frac{1}{2}x + 5$.

הערה:

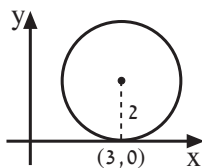
לכל ישר המשיק למעגל יש ישר המקביל לו שגם הוא משיק למעגל. שני המשיקים המקבילים עוברים דרך הקצוות של אותו הקוטר והם ניצבים לקוטר זה.



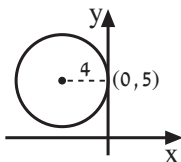
תרגילים

(משיק למעגל – גיאומטריה אנליטית)

מעגל – השקה לצירים ולישרים המקבילים לצירים (גיאומטריה אנליטית)



- 1) ציר ה- x משיק למעגל שמרכזו ברביע הראשון ורדיוסו 2 בנקודה $(3, 0)$.
א. מצא את שיעור ה- x של מרכז המעגל.
ב. מצא את שיעור ה- y של מרכז המעגל.
ג. רשום את משוואת המעגל.



- 2) ציר ה- y משיק למעגל שמרכזו ברביע השני ורדיוסו 4 בנקודה $(0, 5)$.
א. מצא את שיעורי המרכז של המעגל.
ב. מצא את משוואת המעגל.

בתרגילים הבאים מצא את משוואת המעגל:

- 3) שמרכזו ברביע הראשון, רדיוסו 7 והוא משיק לשני הצירים.
- 4) שמרכזו ברביע השני, רדיוסו 3 והוא משיק לשני הצירים.

5) שמרכזו ברביע השלישי, רדיוסו 6 והוא משיק לשני הצירים.

6) שמרכזו ברביע הרביעי, רדיוסו 2 והוא משיק לשני הצירים.

7) שמרכזו בנקודה $(-4, -6)$ והוא משיק לציר: א. ה- x . ב. ה- y .

8) שמרכזו בנקודה $(-5, 7)$ והוא משיק לציר: א. ה- x . ב. ה- y .

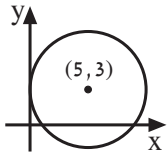
9) א. הוכח שציר ה- x משיק למעגל $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 9$ ומצא את נקודת ההשקה.

(הדרכה): הראה שלציר ה- x ולמעגל יש נקודה אחת בלבד משותפת.

ב. הראה שהמעגל לא חותך את ציר ה- y .

10) א. הוכח שציר ה- y משיק למעגל $(x+13)^2 + (y-5)^2 = 169$ ומצא את נקודת ההשקה.

ב. מצא את נקודת החיתוך של המעגל עם ציר ה- x .



11) מעגל שמרכזו בנקודה $(5, 3)$ משיק לציר ה- y .

א. מהי משוואת המעגל?

ב. מהו אורך הקטע שהמעגל חותך מציר ה- x ?

12) המעגל $(x-4)^2 + (y-5)^2 = 25$ חותך את ציר ה- y בנקודות A ו-B ומשיק לציר ה- x .

בנקודה C.

א. חשב את שטח המשולש ABC.

ב. חשב את היקף המשולש ABC.

בתרגילים הבאים מצא את משוואת המעגל (או המעגלים):

13) שמרכזו ברביע הרביעי, רדיוסו 5 והוא משיק לישר $y = 2$ בנקודה $(4, 2)$.

14) שמרכזו ברביע השלישי, רדיוסו 8 והוא משיק לישר $x = -3$ בנקודה $(-3, -2)$.

15) שרדיוסו 8 והוא נוגע בציר ה- y בנקודה $(0, 7)$. (שתי אפשרויות).

16) שרדיוסו 4, מרכזו ברביע השני והוא משיק לישרים $y = -3$ ו- $x = -2$.

17) המשיק לציר ה- x בנקודה $(2, 0)$ והעובר בנקודה $(5, 1)$.

18) המשיק לציר ה- x בנקודה $(3, 0)$ והעובר בנקודה $(7, -2)$.

19) הנוגע בציר ה- y בנקודה $(0, -4)$ והעובר בנקודה $(3, -1)$.

20) שמרכזו על הישר $y = x + 2$, הוא משיק לציר ה- y ורדיוסו 3.

21) שמרכזו ברביע הראשון, הוא משיק לשני הצירים ועובר בנקודה $(2, 1)$.

22) שמרכזו ברביע השני, הוא משיק לשני הצירים ועובר בנקודה $(-4, 2)$.

(23) המשיק לציר ה-y והעובר בנקודות $(3, -1)$ ו- $(6, 2)$.

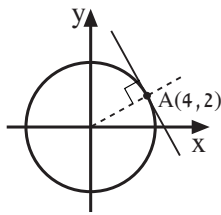
(24) שמרכזו על הישר $y = x + 3$, הוא משיק לציר ה-y והוא עובר בנקודה $(-2, -1)$.

מעגל – השקה לישרים משופעים (גיאומטריה אנליטית)

(25) הוכח שהישר $y = 3x + 10$ משיק למעגל $x^2 + y^2 = 10$ ומצא את נקודת ההשקה.
(הדרכה: הראה שלישר ולמעגל יש רק נקודה אחת משותפת ומצא אותה).

(26) הוכח שהישר $y = 2x + 4$ משיק למעגל שמרכזו בנקודה $(7, -2)$ ורדיוסו $\sqrt{80}$ ומצא את נקודת ההשקה.

(27) הוכח שהישר $y = \frac{3}{4}x - 12\frac{1}{2}$ משיק למעגל $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$ ומצא את נקודת ההשקה.

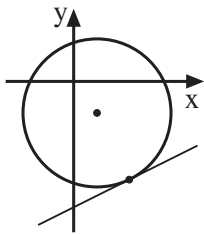


(28) נתונים המעגל $x^2 + y^2 = 20$ והנקודה $A(4, 2)$ שעליו.
א. מצא את משוואת הישר העובר דרך מרכז המעגל ודרך הנקודה A.
ב. מצא את משוואת הישר המשיק למעגל בנקודה A.
(הדרכה: היעזר במשפט – ישר המאונך לרדיוס בקצהו הוא משיק למעגל).

(29) מצא את משוואת המשיק למעגל $x^2 + y^2 = 40$ בנקודה $(6, -2)$ שעליו.

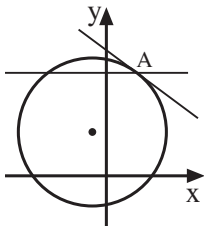
(30) מעגל קנוני עובר בנקודה $A(5, 5)$. מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה A.

(31) מצא את משוואת המשיק למעגל $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 17$ בנקודה $(-2, 0)$ שעליו.



(32) מרכזו של מעגל הוא בנקודה $(2, -3)$.

מצא את משוואתו של המשיק למעגל בנקודה $(5, -9)$ שעל המעגל.



(33) המעגל $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 25$ חותך את

הישר $y = 7$ בנקודה A.

א. מצא את שיעורי הנקודה A אם נתון שהיא ברביע הראשון.

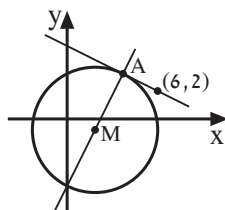
ב. מצא את שיפוע הישר העובר דרך מרכז המעגל ודרך הנקודה A.

ג. מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה A.

- 34 א. מצא את נקודות החיתוך של הישר $x = 4$ עם המעגל $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 52$.
 ב. מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודת החיתוך הנ"ל שנמצאת ברביע הראשון.

- 35 ה. הישר $4x - 3y + 24 = 0$ חותך את ציר ה- x בנקודה A ואת ציר ה- y בנקודה B.
 AB הוא קוטר של מעגל.

- א. מצא את משוואת המעגל.
 ב. הראה שהמעגל עובר דרך ראשית הצירים.
 ג. מצא את משוואת הישר המשיק למעגל בנקודת ראשית הצירים.

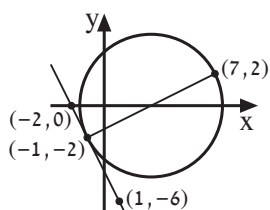


- 36 מרכזו של מעגל הוא בנקודה M והוא עובר דרך הנקודה $A(4, 3)$. נתון ישר ששיפועו 2 והוא עובר דרך מרכז המעגל M ודרך הנקודה A.

- א. הראה שמשוואת הישר הנ"ל היא $y = 2x - 5$.
 ב. הוכח שהישר ששיפועו $-\frac{1}{2}$ והוא עובר דרך הנקודה $(6, 2)$ משיק למעגל בנקודה A.

(הדרכה): היעזר במשפט – ישר המאונך לרדיוס בקצהו הוא משיק למעגל.

- ג. מצא את משוואת המעגל אם מרכזו נמצא על הישר $x = 2$.

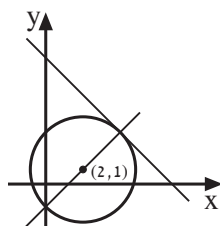


- 37 הנקודות $(7, 2)$ ו- $(-1, -2)$ הן קצות קוטר במעגל.

- א. הוכח שהישר העובר דרך הנקודות $(-2, 0)$

- ו- $(1, -6)$ משיק למעגל. **(הערה):** אין צורך למצוא את משוואת המעגל.

- ב. מצא את משוואת המשיק למעגל המקביל למשיק שבסעיף א'. **(הדרכה):** ראה הערה בעמ' 159.



- 38 הישר $y = -x + 7$ משיק למעגל שמרכזו בנקודה $(2, 1)$.

- א. מצא את משוואת הישר העובר דרך מרכז המעגל והמאונך למשיק.

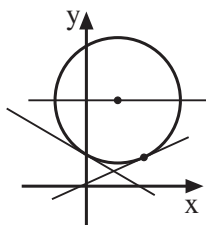
- ב. מצא את נקודת ההשקה.
 ג. מצא את רדיוס המעגל.

- 39 הישר $y = 3x + 7$ משיק למעגל שמרכזו בנקודה $(4, -1)$.

- א. מצא את שיעורי נקודת ההשקה. **(הדרכה):** פתור עפ"י התרגיל הקודם.
 ב. מצא את משוואת המעגל.

- 40 קוטר במעגל שמרכזו על ציר ה- x מונח על הישר $y = \frac{2}{3}x - 6$. ישר העובר דרך הנקודה $(4, 1)$ משיק למעגל באחת מנקודות הקצה של הקוטר הנ"ל.

- א. מצא את משוואת המשיק ואת נקודת ההשקה.
 ב. מצא את משוואת המעגל.



(41) מרכזו של מעגל נמצא על הישר $y = 6$.

הישר $y = \frac{1}{2}x$ משיק למעגל

בנקודה $(4, 2)$.

א. מצא את משוואת המעגל.

ב. מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה

התחתונה שהמעגל חותך את ציר ה- y .

(42) מרכזו של מעגל הוא בנקודה M . הישר $y = x + 11$ משיק למעגל בנקודה $A(-4, 7)$

שעליו. המעגל עובר דרך הנקודה $B(8, 3)$.

א. מצא את משוואת הישר AM .

ב. מצא את משוואת האנך האמצעי לקטע AB .

ג. מצא את מרכז המעגל M ואת משוואת המעגל.

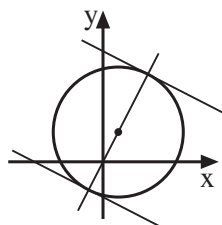
(43) הישר $y = -x + 3$ משיק למעגל בנקודה $(1, 2)$ שעל המעגל. רדיוס המעגל הוא $\sqrt{8}$

ומרכזו ברביע הראשון.

א. מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודת ההשקה ודרך מרכז המעגל.

ב. מצא את מרכז המעגל.

ג. מצא את משוואת המעגל.



(44) נתונים שני ישרים שהשיפוע שלהם הוא $-\frac{1}{2}$

והם משיקים למעגל $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 20$.

א. מצא את משוואתו של הישר המאונך לשני

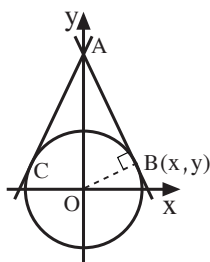
המשיקים והעובר דרך מרכז המעגל.

ב. מצא את נקודות ההשקה.

ג. מצא את המשוואות של שני המשיקים.

(45) מצא את המשוואות של שני המשיקים למעגל $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 10$ שהשיפוע שלהם

הוא $\frac{1}{3}$. **(הדרכה: פתור עפ"י הסעיפים של התרגיל הקודם).**



(46) מהנקודה $A(0, 10)$ **שמחוץ** למעגל $x^2 + y^2 = 20$ מעבירים

שני משיקים למעגל בנקודות B ו- C . נסמן $B(x, y)$.

א. מצא שתי משוואות המקשרות בין x ו- y :

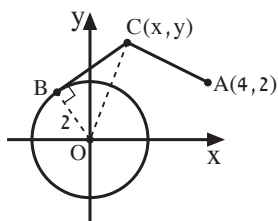
(1) בהסתמך על כך שהנקודה B על המעגל.

(2) בהסתמך על כך ש- AB מאונך ל- BO

(O ראשית הצירים).

ב. מצא את שיעורי נקודות ההשקה B ו- C .

ג. מצא את המשוואות של שני המשיקים.



(47) בציור מתוארים המעגל $x^2+y^2=4$ שמרכזו

בראשית הצירים O והנקודות A(4,2) ו-C(x,y).

הקטע BC משיק למעגל בנקודה B.

א. הבע באמצעות x ו-y את אורך הקטע AC.

ב. הבע באמצעות x ו-y את אורך הקטע BC.

(הדרכה): אין צורך למצוא את שיעורי הנקודה B,

הסתמך על משפט פיתגורס במשולש BOC,

מתקיים: $BC^2 = CO^2 - BO^2$.

ג. נתון: $AC = BC$. הראה ש-x ו-y מקיימים את המשוואה $2x+y=6$. (כלומר הנקודה

C נמצאת על הישר $2x+y=6$.)

תשובות (משיק למעגל – גיאומטריה אנליטית):

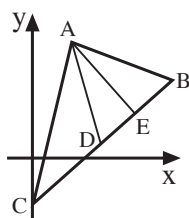
- (1) א. 3. ב. 2. ג. $(x-3)^2+(y-2)^2=4$. (2) א. $(-4, 5)$. ב. $(x+4)^2+(y-5)^2=16$.
- (3) $(x-7)^2+(y-7)^2=49$. (4) $(x+3)^2+(y-3)^2=9$. (5) $(x+6)^2+(y+6)^2=36$.
- (6) $(x-2)^2+(y+2)^2=4$. (7) א. $(x+4)^2+(y+6)^2=36$. ב. $(x+4)^2+(y+6)^2=16$.
- (8) א. $(x+5)^2+(y-7)^2=49$. ב. $(x+5)^2+(y-7)^2=25$. (9) א. $(4, 0)$. (10) א. $(0, 5)$.
- ב. $(-1, 0)$, $(-25, 0)$. (12) א. 12. ב. 19.42. (13) $(x-4)^2+(y+3)^2=25$.
- (14) $(x+11)^2+(y+2)^2=64$. (15) $(x+8)^2+(y-7)^2=64$, $(x-8)^2+(y-7)^2=64$.
- (16) $(x+6)^2+(y-1)^2=16$. (17) $(x-2)^2+(y-5)^2=25$. (19) $(x-3)^2+(y+4)^2=9$.
- (20) $(x-3)^2+(y-5)^2=9$, $(x+3)^2+(y+1)^2=9$. (21) $(x-1)^2+(y-1)^2=1$, $(x-5)^2+(y-5)^2=25$.
- (22) $(x+2)^2+(y-2)^2=4$, $(x+10)^2+(y-10)^2=100$. (23) $(x-3)^2+(y-2)^2=9$.
- (24) $(x-15)^2+(y+10)^2=225$, $(x+10)^2+(y+7)^2=100$. (25) $(x+2)^2+(y-1)^2=4$. (26) $(-1, 2)$. (27) $(6, -8)$. (28) א. $y = \frac{1}{2}x$. ב. $y = -2x+10$. (30) $y = -x+10$.
- (31) $y = -4x-8$. (32) $y = \frac{1}{2}x - 11\frac{1}{2}$. (33) א. $(2, 7)$. ב. $\frac{4}{3}$. ג. $y = -\frac{3}{4}x + 8\frac{1}{2}$.
- (34) א. $(4, 1)$, $(4, -7)$. ב. $y = -\frac{3}{2}x + 7$. (36) ג. $(x-2)^2+(y+1)^2=20$. (37) ב. $y = -2x+16$.
- (38) א. $y = x-1$. ב. $(4, 3)$. ג. $\sqrt{8}$. (39) א. $(-2, 1)$. ב. $(x-4)^2+(y+1)^2=40$.
- (40) א. $y = -\frac{3}{2}x + 7$, $(6, -2)$. ב. $(x-9)^2+y^2=13$. (41) א. $(x-2)^2+(y-6)^2=20$.
- ב. $y = -\frac{1}{2}x + 2$. (42) א. $y = -x+3$. ב. $y = 3x-1$. ג. $(1, 2)$. $(x-1)^2+(y-2)^2=50$.
- (43) א. $y = x+1$. ב. $(3, 4)$. ג. $(x-3)^2+(y-4)^2=8$. (44) א. $y = 2x$. ב. $(3, 6)$, $(-1, -2)$.
- ג. $y = -\frac{1}{2}x + 7\frac{1}{2}$, $y = -\frac{1}{2}x - 2\frac{1}{2}$. (46) א. $x^2+y^2=20$. (2) $\frac{y-10}{x} \cdot \frac{y}{x} = -1$.
- ב. $(4, 2)$, $(-4, 2)$. ג. $y = 2x+10$, $y = -2x+10$. (47) א. $\sqrt{(x-4)^2+(y-2)^2}$. ב. $\sqrt{x^2+y^2-4}$.

גיאומטריה אנליטית – תרגילים לחזרה

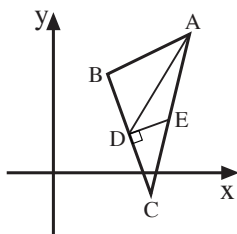
סעיף זה כולל תרגילים בגיאומטריה אנליטית מכל הסוגים.

תרגילים (גיאומטריה אנליטית – תרגילים לחזרה)

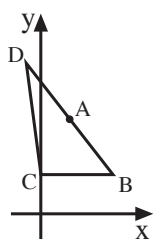
ישרים ומשולשים (גיאומטריה אנליטית) – תרגילים לחזרה



- (1) במשולש ABC שיעורי הקודקוד C הם $(0, -3)$ (ראה ציור). AE הוא הגובה לצלע BC ומשוואתו היא $y = -x + 9$. AD הוא התיכון לצלע BC ומשוואתו היא $y = -3x + 13$.
חשב את שיעורי הנקודות A ו-B.



- (2) במשולש ABC הנקודה D היא אמצע הצלע BC. DE הוא אנך לצלע BC כמתואר בציור.
משוואת התיכון AD היא $y = \frac{5}{3}x - \frac{14}{3}$ ומשוואת האנך DE היא $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$.
א. מצא את שיעורי הנקודה D.
ב. נתון שמשוואת הצלע AB היא $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$. מצא את שיעורי הקודקודים A ו-B.



- (3) נתונה הנקודה $A(2, 7)$. הנקודה B נמצאת על הישר $y = 3$. הישר $y = 3$ חותך את ציר ה-y בנקודה C. מרחק הנקודה B מהנקודה C שווה למרחק הנקודה B מהנקודה A.
א. חשב את שיעורי הנקודות C ו-B.
ב. הנקודה D נמצאת על המשך הקטע AB כך ש-A היא אמצע הקטע BD. חשב את שיעורי הנקודה D.
ג. חשב את שטח המשולש BCD ואת שטח המשולש ADC.

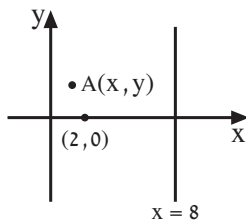
- (4) ABC הוא משולש חד זווית. שיעורי הנקודה B הם $(8, 7)$. הגובה לצלע AB חותך אותה בנקודה $D(2, 4)$.
א. מצא את משוואת הגובה CD.
ב. נתון גם שמשוואת הגובה לצלע BC היא $x + 3y = 9$. מצא את שיעורי הנקודות A ו-C.

- (5) נתונות הנקודות $A(-2, 4)$, $B(1, 5)$.
 א. מצא את משוואת האנך האמצעי לקטע AB .
 ב. מצא את שתי הנקודות על הפרבולה $y = -x^2 + 4x - 3$ שכל אחת מהן נמצאת באותו מרחק מהנקודות A ו- B .

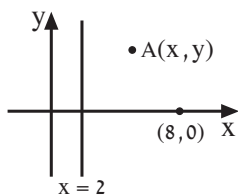
- (6) במשולש שווה שוקיים ABC שבו $AB = AC$ משוואת השוק AB היא $y = -8x - 12$ ומשוואת השוק AC היא $y = -\frac{4}{7}x + \frac{20}{7}$. הקודקוד C נמצא על ציר ה- x .
 א. מצא את שיעורי הקודקודים A ו- C .
 ב. מצא את שתי האפשרויות לקודקוד B .
 ג. חשב את שטח המשולש ABC עבור כל אחת משתי האפשרויות שמצאת בסעיף ב'.

- (7) במשולש ישר זווית ושווה שוקיים ABC שבו $AB = AC$ נתון: $B(9, 6)$ ו- $C(1, 2)$.
 חשב את שיעורי הקודקוד A . (מצא את שני הפתרונות).

- (8) ABC הוא משולש שבו $A(4, 2)$, $B(7, 4)$ והקודקוד C נמצא על ציר ה- x .
 נתון: $BC = 2AC$.
 א. מצא את שיעור ה- x של הקודקוד C . (הסבר מדוע אחד מהפתרונות של המשוואה הריבועית שמתקבלת לא יכול להיות שיעור ה- x של הקודקוד C).
 ב. חשב את שטח המשולש ABC .



- (9) נתונים הישר $x = 8$ והנקודה $(2, 0)$. $A(x, y)$ היא נקודה משמאל לישר $x = 8$ שהמרחק שלה מהישר $x = 8$ גדול פי 2 מהמרחק שלה מהנקודה $(2, 0)$.
 א. הבע באמצעות x את מרחק הנקודה A מהישר $x = 8$.
 ב. הבע באמצעות x ו- y את מרחק הנקודה A מהנקודה $(2, 0)$.
 ג. הראה שהשיעורים x ו- y של הנקודה $A(x, y)$ מקיימים את המשוואה $3x^2 + 4y^2 = 48$.

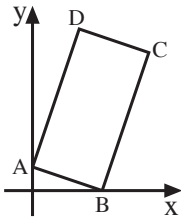


- (10) נתונים הישר $x = 2$ והנקודה $(8, 0)$. $A(x, y)$ היא נקודה מימין לישר $x = 2$ שהמרחק שלה מהנקודה $(8, 0)$ גדול פי 2 מהמרחק שלה מהישר $x = 2$.
 א. הבע באמצעות x את מרחק הנקודה A מהישר $x = 2$.
 ב. הבע באמצעות x ו- y את מרחק הנקודה A מהנקודה $(8, 0)$.
 ג. הראה שהשיעורים x ו- y של הנקודה $A(x, y)$ מקיימים את המשוואה $3x^2 - y^2 = 48$.

מרובעים (גיאומטריה אנליטית) – תרגילים לחזרה

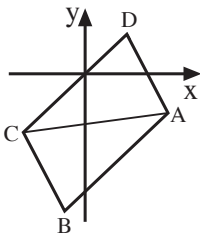
- 11** בריבוע ABCD משוואת אחד האלכסונים היא $y = 2x$. נתון: $A(2, 4)$, $B(5, 5)$.
 א. מצא את משוואת האלכסון השני.
 ב. מצא את שיעורי הקודקודים C ו-D.
 ג. חשב את שטח הריבוע.

- 12** במשולש ישר זווית ABC שבו $\angle C = 90^\circ$ נתון: $A(7, 6)$, $B(-4, 4)$ והקודקוד C נמצא על ציר ה-x.
 א. מצא את שיעורי הקודקוד C. (מצא את שתי האפשרויות).
 ב. מצא את שיעורי הנקודה D עבורה המרובע ACBD הוא מלבן. נמק את תשובתך.
 (מצא את שתי האפשרויות).



- 13** שיעורי הקודקוד A של מלבן ABCD הם $(0, 1)$.
 הקודקוד B של המלבן מונח על ציר ה-x.
 שיעור ה-y של הקודקוד C הוא 6 ושיפוע הצלע BC הוא 3.
 א. מצא את שיעורי הקודקודים B, C ו-D.
 ב. חשב את שטח המלבן.
 ג. נסמן ב-M את מפגש האלכסונים של המלבן.
 חשב את שטח המשולש BMC.

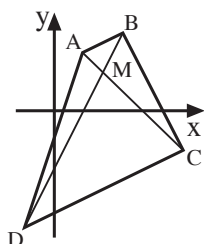
- 14** במעוין ABCD האלכסון AC מונח על הישר $y = 2x - 8$ והצלע AB מונחת על הישר $y = -8x + 2$. אלכסוני המעוין נחתכים על ציר ה-x.
 מצא את קודקודי המעוין.



- 15** במקבילית ABCD הצלע CD מונחת על הישר $y = x$ והאלכסון AC מונח על הישר $y = \frac{1}{7}x - \frac{18}{7}$. שיפוע הישר BC הוא -2 והאלכסונים נחתכים בנקודה ששיעור ה-y שלה הוא $-\frac{1}{2}$.
 מצא את שיעורי הקודקודים של המקבילית.

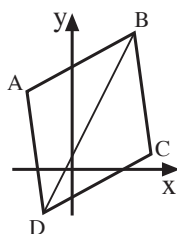
- 16** במקבילית ABCD הצלע AB מונחת על הישר $x + y = 8$ והצלע AD מונחת על הישר $y = \frac{1}{2}x + 5$. אלכסוני המקבילית נפגשים בנקודה $(1, 4)$.
 מצא את שיעורי הקודקודים של המקבילית.

- (17)** בריבוע ABCD הצלע AD מונחת על הישר $y = 2x$. שיעורי הקודקוד B הם (11, 2).
 א. מצא את שיעורי הקודקוד A.
 ב. מצא את שיעורי הקודקוד D. מצא את שני הפתרונות האפשריים.
 ג. מצא את שיעורי הקודקוד C עבור כל אחד מהפתרונות של סעיף ב'.



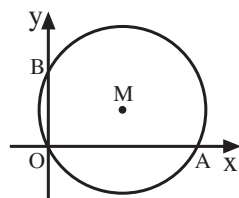
- (18)** בטרפז ישר זווית ABCD שבו $AB \parallel CD$ נתון: $\angle B = \angle C = 90^\circ$, $A(3, 6)$, $B(7, 8)$ והקודקוד C נמצא על הישר $x = 13$.
 א. מצא את שיעורי הקודקוד C.
 ב. נתון גם שאלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה M ששיעור ה-y שלה הוא 4. מצא את שיעור ה-x של הנקודה M.
 ג. מצא את שיעורי הקודקוד D.

- (19)** במעוין ABCD שני קודקודים סמוכים הם $A(3, 1)$, $B(7, 4)$. שיפוע האלכסון AC גדול ב-2.5 משיפוע האלכסון BD.
 א. מצא את שני הערכים האפשריים לשיפוע האלכסון AC.
 ב. עבור הערך הגדול מבין שני הערכים שמצאת בסעיף א', מצא את משוואות האלכסונים AC ו-BD.
 ג. מצא את שיעורי הקודקוד C עבור הערך הנ"ל.
 ד. מצא את היקף המעוין עבור הערך הנ"ל.

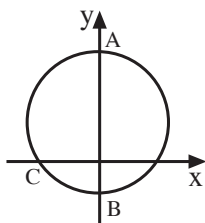


- (20)** במעוין ABCD משוואת האלכסון BD היא $y = 2x + 1$. נתון: $A(-3, 5)$.
 א. מצא את משוואת האלכסון AC ואת שיעורי הקודקוד C.
 ב. נתון ששטח המעוין הוא 60. חשב את אורך האלכסון BD.
 ג. מצא את שיעורי הקודקודים B ו-D (ברביע הראשון ו-B ברביע השלישי).

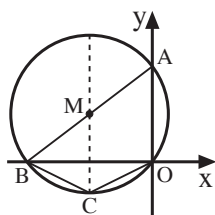
מעגל (גיאומטריה אנליטית) – תרגילים לחזרה



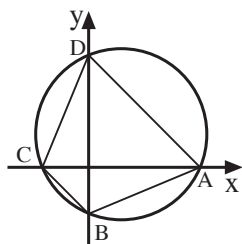
- (21)** הנקודה M היא מרכז המעגל שמשוואתו: $(x-4)^2 + (y-2)^2 = R^2$. המעגל עובר דרך הנקודה O, שהיא ראשית הצירים, וחותך את ציר ה-x גם בנקודה A ואת ציר ה-y גם בנקודה B (ראה ציור).
 א. מצא את הרדיוס R ואת שיעורי הנקודות A ו-B.
 ב. מצא את משוואת הישר AB.
 ג. האם הקטע AB הוא קוטר המעגל? נמק.
 ד. מצא פי כמה גדול שטח המשולש ABO משטח המשולש BMO.



- (22)** המעגל $x^2 + (y-6)^2 = 100$ חותך את ציר ה- y בנקודות A ו-B ואת ציר ה- x בחלקו השלילי בנקודה C כמתואר בציור. א. מצא את שיעורי הנקודות A, B ו-C. מהנקודה C העבירו ישר, המקביל לציר ה- y שחותך את המעגל בנקודה נוספת D. מהנקודה D האריכו את הישר CD עד לנקודה E, כך ש- $CD = 4DE$. ב. חשב את שיעורי הנקודות D ו-E. ג. חשב את שטח הטרפז ABDE.

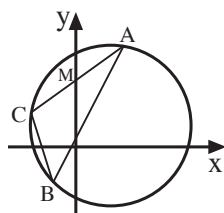


- (23)** נתון מעגל שרדיוסו 5 ומרכזו M נמצא ברביע השני. שיעור ה- x של מרכז המעגל הוא -4. המעגל חותך את הצירים בנקודות A, B ובראשית הצירים O כמתואר בציור. א. מצא את משוואת המעגל. ב. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B. ג. קוטר המעגל, המאונך לציר ה- x , חותך את המעגל בנקודה C שנמצאת ברביע השלישי. מצא את שטח המרובע ABCO.



- (24)** המעגל $(x-a)^2 + (y-a)^2 = 169$. עובר בנקודה $(5, -8)$. א. מצא את a אם ידוע שמרכז המעגל הוא ברביע הראשון. ב. המעגל חותך את ציר ה- x בנקודות A ו-C ואת ציר ה- y בנקודות B ו-D כמתואר בציור. מצא את שיעורי הנקודות A, B, C ו-D. ג. הראה שהמרובע ABCD הוא טרפז שווה שוקיים $(AB = DC, AB \parallel DC, BC \parallel AD)$. ד. חשב את שטח הטרפז ABCD. (הערה: ניתן להיעזר באלכסוני הטרפז).

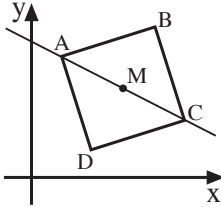
- (25)** במשולש שווה שוקיים ABC $(AB = AC)$, שיעורי הקודקוד A הם $(3, 9)$, שיעורי הקודקוד C הם $(0, 0)$ ושיפוע הצלע BC הוא $-\frac{1}{2}$. א. מצא את משוואת הגובה לצלע BC. ב. הראה שהמשולש ABC הוא ישר זווית. ג. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש ABC.



- (26)** משולש ABC חסום במעגל שמשוואתו $(x-3)^2 + (y-2)^2 = R^2$. משוואת הישר AB היא $y = 2x + 1$ (ראה ציור). נתון ששיעור ה- x של הנקודה A הוא 4. א. מצא את רדיוס המעגל ואת שיעורי הנקודה B. ב. הנקודה $M(0, y)$ היא אמצע הצלע AC. מצא את שיעורי הנקודה C אם נתון ששיעור ה- y של הנקודה C גדול מ-2. ג. הראה שציר ה- x חוצה את הצלע BC.

(27) מעגל שרדיוסו $\sqrt{50}$ עובר בנקודה $(-3, 8)$. מרכז המעגל נמצא על הישר $y = x + 1$.
א. מצא את משוואת המעגל.

ב. ישר המאונך לציר ה- x עובר מימין למרכז המעגל. אורך המיתר שהישר חותך מהמעגל הוא 10. מצא את שיעורי נקודות הקצה של המיתר. (**הדרכה**): מצא תחילה את שיעור ה- y של אמצע המיתר.



(28) בריבוע ABCD האלכסונים נחתכים בנקודה M. שיעור ה- x של הנקודה M שווה לשיעור ה- y שלה.

משוואת האלכסון AC היא $y = -\frac{1}{2}x + 9$.

א. מצא את שיעורי הנקודה M.

ב. נתון ששיעור ה- y של הקודקוד B הוא 10.

מצא את שיעור ה- x של הקודקוד B.

ג. מצא את משוואת המעגל החוסם את הריבוע

ABCD.

(29) האנך מהנקודה $A(6, 11)$ לישר $3x + 4y = 12$ חותך את הישר בנקודה B.

א. מצא את משוואת הישר AB.

ב. נקודה C ששיעור ה- x שלה גדול ב-11 משיעור ה- y שלה נמצאת על הישר

$3x + 4y = 12$. מצא את שיעורי הנקודה C.

ג. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש ישר הזווית ABC.

(30) במשולש ישר זווית ABC שבו $\angle B = 90^\circ$ נתון: $A(1, -5)$, $B(1, 7)$.

א. מצא את שיעורי הקודקוד C אם נתון שקודקוד זה נמצא על הישר $y = \frac{3}{4}x + 4\frac{3}{4}$.

ב. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש ABC.

ג. מצא את משוואת הגובה לצלע BC.

(31) במשולש ישר זווית ABC שבו $\angle B = 90^\circ$ הקודקוד C נמצא על ציר ה- y .

נתון: $B(6, 8)$, שיעור ה- x של A הוא 4 ושיעור ה- y של C גדול ב-8

משיעור ה- y של A.

א. מצא את שיעורי הקודקודים A ו-C.

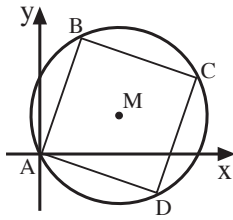
ב. מצא את משוואת המעגל שחוסם את המשולש ABC.

(32) במשולש שווה שוקיים ABC שבו $AB = AC$ נתון: $A(-3, 4)$, $C(1, 2)$. משוואת

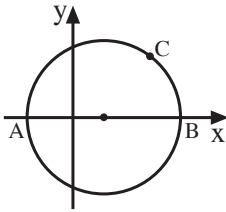
הישר שעליו מונחת הצלע BC היא $y = 3x - 1$.

א. מצא את משוואת האנך האמצעי לשוק AC.

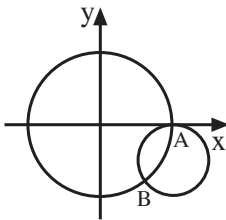
ב. מצא את השיעורים של מרכז המעגל החוסם את המשולש ABC.



- (33)** במעגל שמרכזו M חסום ריבוע ABCD
 כך שהקודקוד A נמצא בראשית הצירים.
 משוואת האלכסון BD היא $y = -2x + 10$.
 א. מצא את משוואת המעגל.
 ב. מצא את שיעורי הקודקודים B, C ו-D.

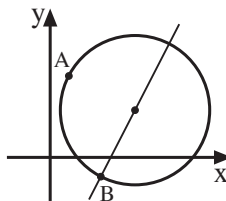


- (34)** המעגל $(x-2)^2 + y^2 = 25$ חותך את ציר ה-x
 בנקודות A ו-B כמתואר בציור.
 א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.
 C היא נקודה על המעגל, ברביע הראשון, כמתואר בציור.
 שטח המשולש ABC הוא 20.
 ב. מצא את שיעורי הנקודה C.
 ג. CD הוא קוטר במעגל. מצא את שיעורי הנקודה D.
 ד. הוכח שהמרובע ACBD הוא מלבן.



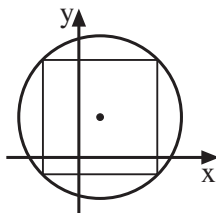
- (35)** נתונים שני מעגלים:
 (1) $x^2 + y^2 = 16$
 (2) $(x-4)^2 + (y-b)^2 = R^2$
 המעגלים נחתכים בנקודות A ו-B כמתואר בציור.
 א. משוואת המיתר AB היא $y = 2x - 8$.
 מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.
 ב. מצא את b ואת R במעגל (2).

- (36)** מרכזו של מעגל, העובר דרך הנקודות A(0,0) ו-B(-2,2), נמצא על הישר $y = 2x$.
 א. מצא את משוואת המעגל.
 ב. הקוטר המונח על הישר $y = 2x$ חותך את המעגל גם בנקודה C. חשב את שטח המשולש ABC.



- (37)** מרכזו של מעגל נמצא על הישר $y = 2x - 7$.
 המעגל עובר דרך הנקודות A(1,5) ו-B(3,-1).
 א. מצא את משוואת המעגל.
 ב. מצא את שטחו והיקפו של ריבוע החסום במעגל.

- (38)** במשולש ישר זווית ABC שבו $\angle C = 90^\circ$ נתון: A(5,4), B(8,0) והקודקוד C נמצא על המעגל $x^2 + y^2 = 20$.
 מצא את שיעורי הקודקוד C.



39 נתון המעגל $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 18$.

ריבוע שצלעותיו מקבילות לצירים חסום במעגל.

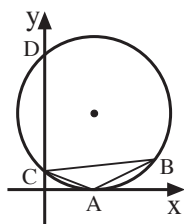
א. מצא את אורך צלע הריבוע.

ב. מצא את שיעורי הקודקודים של הריבוע.

(הדרכה: היעזר במרכז המעגל ובמרחקו

מכל אחת מצלעות הריבוע).

משיק למעגל (גיאומטריה אנליטית) – תרגילים לחזרה



40 א. מצא את משוואת המעגל המשיק לציר ה-x

בנקודה $A(3, 0)$ שעובר דרך הנקודה $B(7, 2)$.

ב. המעגל, שאת משוואתו מצאת בסעיף א', חותך

את ציר ה-y בנקודות C ו-D. הנקודה C קרובה

יותר לראשית הצירים מהנקודה D. חשב את שטח

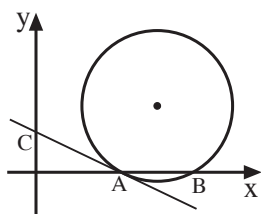
המשולש ABC.

41 מעגל שמרכזו בנקודה $M(-5, 4)$ משיק לציר ה-y.

א. מצא את משוואת המעגל.

ב. הישר $x + 2y = -2$ חותך את המעגל הנתון בנקודות A ו-B. מצא את היקף

המשולש AMB. (דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית).



42 מעגל שמרכזו בנקודה $(7, 4)$ חותך את

ציר ה-x בנקודות A ו-B כמתואר בציור.

ישר ששיפועו $-\frac{1}{2}$ משיק למעגל בנקודה A.

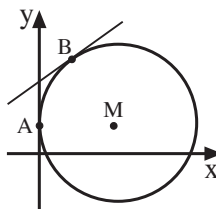
א. מצא את שיעורי הנקודה A.

ב. מצא את משוואת המעגל.

ג. המשיק למעגל בנקודה A חותך את

ציר ה-y בנקודה C. חשב את שטח

המשולש ABC.



43 מעגל שמרכזו M משיק לציר ה-y בנקודה

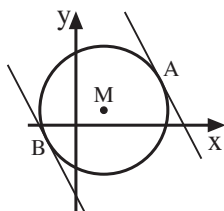
$A(0, 2)$. ישר שמשוואתו $4y - 3x = 28$

משיק למעגל בנקודה B שבה $x = 4$

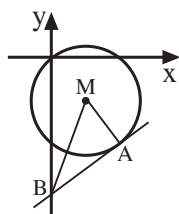
(ראה ציור).

א. מצא את משוואת הישר BM.

ב. מצא את משוואת המעגל.



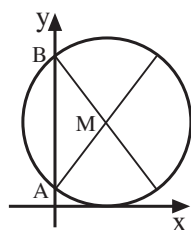
- (44) נתון מעגל M שמשוואתו היא $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 20$.
 בנקודות A ו-B שעל המעגל עוברים משיקים שהשיפוע של כל אחד מהם הוא -2.
 א. מצא את משוואת הקוטר המאונך לשני המשיקים.
 ב. מצא את השיעורים של נקודות ההשקה A ו-B.
 ג. המשיקים חותכים את ציר ה-y בנקודות D ו-E.
 חשב את אורך הקטע DE.



- (45) הנקודה M היא מרכז המעגל $(x-a)^2 + (y+4)^2 = 25$.
 בנקודה $A(6, -8)$ מעבירים משיק למעגל. המשיק חותך את ציר ה-y בנקודה B.
 א. מצא את a אם נתון: $a < 5$.
 ב. מצא את שיפוע הישר AM ואת משוואת המשיק.
 ג. מצא את שטח המשולש ABM.

- (46) הישר $5x + 12y = 120$ חותך את ציר ה-x בנקודה A ואת ציר ה-y בנקודה B.
 א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.
 ב. מצא את משוואת המעגל שהקטע AB הוא קוטר שלו.
 ג. העבירו ישר המשיק בנקודה B למעגל שאת משוואתו מצאת בסעיף ב'. המשיק חותך את ציר ה-x בנקודה C. חשב את שטח המשולש ABC.

- (47) נתון מעגל שמרכזו M והוא נמצא על הישר $y = 8$. המעגל משיק לישר $y = \frac{1}{2}x + 1$ בנקודה $A(6, 4)$.
 א. מצא את משוואת המעגל.
 ב. המעגל חותך את ציר ה-y בשתי נקודות. נסמן ב-B את הנקודה הקרובה יותר לראשית הצירים. הישר $y = \frac{1}{2}x + 1$ חותך את ציר ה-y בנקודה C. הוכח שהמרובע ACBM הוא טרפז. (הערה: כדי להוכיח שמרובע הוא טרפז צריך להוכיח ששתי צלעות נגדיות שלו מקבילות ושתי האחרות לא מקבילות).

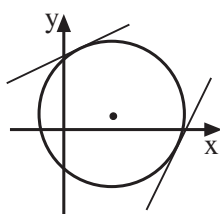


- (48) מעגל שמרכזו M חותך את ציר ה-y בנקודות A ו-B כמתואר בציור.
 משוואת הקוטר שעובר דרך A היא $y = \frac{4}{3}x + 1$. משוואת הקוטר שעובר דרך B היא $y = -\frac{4}{3}x + 9$.
 א. מצא את השיעורים של הנקודות A, B ו-M.
 ב. מצא את היקף המשולש ABM.
 ג. מצא את משוואת המעגל והסבר מדוע הוא משיק לציר ה-x.
 ד. מצא את משוואות הצלעות של הריבוע שחוסם את המעגל וצלעותיו מקבילות לצירים.

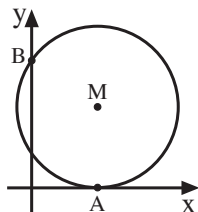
(49) M היא נקודה שנמצאת על הישר $y = -x$ ברביע הרביעי. מרחק הנקודה M מראשית הצירים הוא $\sqrt{50}$.

- א. מצא את שיעורי הנקודה M.
 ב. מעגל שמרכזו M משיק לציר ה-x. מצא את משוואתו של המעגל והראה שהוא משיק גם לציר ה-y.
 ג. הוכח שהישר $y = -\frac{3}{4}x + 5$ משיק למעגל ומצא את נקודת ההשקה.

(50) קצות הקטע AB הם: $A(9,1)$, $B(1,-3)$. דרך אמצע הקטע AB העבירו אנך לקטע.
 א. מצא את משוואת האנך האמצעי לקטע AB.
 ב. מצא את משוואת המעגל שקוטרו AB.
 ג. ישר שמקביל לציר ה-x ועובר ברביעים הראשון והשני משיק למעגל שמצאת בסעיף ב'. מצא את משוואת הישר. (דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית).



(51) הישר $y = 2x - 15$ משיק למעגל בנקודה ששיעור ה-x שלה גדול ב-8 משיעור ה-y שלה. הישר $y = \frac{1}{2}x + 4\frac{1}{2}$ משיק למעגל הנ"ל בנקודה ששיעור ה-y שלה גדל פי 5 משיעור ה-x שלה.
 א. מצא את שיעורי שתי נקודות ההשקה.
 ב. מצא את משוואת המעגל.



(52) מעגל שמרכזו בנקודה M משיק לציר ה-x בנקודה $A(8,0)$ וחותר את ציר ה-y בנקודה $B(0,16)$ (ראה ציור).
 א. מצא את משוואת המעגל.
 ב. C היא נקודה ברביע הראשון שנמצאת על הקשת הגדולה AB. נתון ששטח המשולש AMC הוא 50.
 (1) מצא את אורך הגובה המורד מהנקודה C לצלע AM במשולש AMC.
 (2) מצא את שיעורי הנקודה C.
 (3) מה ניתן לומר על המשולש AMC?

תשובות (גיאומטריה אנליטית – תרגילים לחזרה):

- (1) $A(2,7)$, $B(8,5)$. (2) א. $(4,2)$. ב. $A(7,7)$, $B(3,5)$, $C(5,-1)$. (3) א. $C(0,3)$, $B(5,3)$. ב. $(-1,11)$. ג. 20, 10. (4) א. $y = -2x + 8$. ב. $A(0,3)$, $C(5,-2)$.
 (5) א. $y = -3x + 3$. ב. $(1,0)$, $(6,-15)$. (6) א. $A(-2,4)$, $C(5,0)$. ב. $(-1,-4)$ או $(-3,12)$. ג. 26 או 26. (7) $(7,0)$ או $(3,8)$. (8) א. 5. ב. 4. (9) א. $8-x$.
 ב. $\sqrt{(x-2)^2 + y^2}$. (10) א. $x-2$. ב. $\sqrt{(x-8)^2 + y^2}$. (11) א. $y = -\frac{1}{2}x + 7\frac{1}{2}$. ב. $C(4,8)$.

- D(1,7) ג. 10. (12) א. (4,0) א. (-1,0) ב. (-1,10) א. (4,10) (13) א. B(3,0),
 D(2,7), C(5,6) ב. 20. ג. 5. (14) A(1,-6), B(0,2), C(7,6), D(8,-2).
 D(-2,4), C(0,2), B(4,4), A(2,6) (16) D(2,2), C(-3,-3), B(-1,-7), A(4,-2) (15)
 (17) א. (3,6) ב. (-1,-2) א. (7,14) ג. (7,-6) א. (15,10) (18) א. (13,-4).
 ב. 5. ג. (-3,-12) (19) א. $\frac{1}{2}$, 2 ב. $y = 2x - 5$, $y = -\frac{1}{2}x + 7\frac{1}{2}$ ג. (7,9) ד. 20.
 (20) א. $y = -\frac{1}{2}x + 3\frac{1}{2}$, C(5,1) ב. $\sqrt{180}$ ג. B(4,9), D(-2,-3) (21) א. $\sqrt{20}$, (8,0),
 (0,4) ב. $y = -\frac{1}{2}x + 4$ ג. כן. ד. 2. (22) א. A(0,16), B(0,-4), C(-8,0).
 ב. D(-8,12), E(-8,15) ג. 92. (23) א. $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 25$ ב. (0,6), (-8,0).
 ג. 32. (24) א. 5. ב. (17,0), (0,-7), (-7,0), (0,17) ד. 288.
 (25) א. $y = -2x + 15$ ב. $(x-6)^2 + (y-3)^2 = 45$ (26) א. $\sqrt{50}$, (-2,-3) ב. (-4,3).
 (27) א. $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 50$ ב. (7,8), (7,-2) (28) א. (6,6) ב. 8.
 ג. $(x-6)^2 + (y-6)^2 = 20$ (29) א. $y = \frac{4}{3}x + 3$ ב. (8,-3) ג. $(x-7)^2 + (y-4)^2 = 50$.
 (30) א. (3,7) ב. $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 37$ ג. $x = 1$ (31) א. A(4,2) ו- C(0,10) א. (32)
 א. $y = 2x + 5$ ב. $(-\frac{6}{7}, 3\frac{2}{7})$ (33) א. $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 20$ ב. B(2,6), C(8,4).
 (34) א. A(-3,0), B(7,0) ב. (5,4) ג. (-1,-4) (35) א. A(4,0), D(6,-2).
 B(2.4,-3.2) ב. $b = -2$, $R = 2$ (36) א. $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 20$ ב. 12.
 (37) א. $(x-5)^2 + (y-3)^2 = 20$ ב. 40, $4\sqrt{40}$ (38) א. (4,2) א. $(4\frac{16}{37}, \frac{22}{37})$ (39) א. 6.
 ב. (4,5), (4,-1), (-2,-1), (-2,5) (40) א. $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 25$ ב. 5.
 (41) א. $(x+5)^2 + (y-4)^2 = 25$ ב. 18.94, $(\sqrt{80}+10)$ (42) א. (5,0).
 ב. $(x-7)^2 + (y-4)^2 = 20$ ג. 5. (43) א. $y = -\frac{4}{3}x + 15\frac{1}{3}$ ב. $(x-10)^2 + (y-2)^2 = 100$.
 (44) א. $y = \frac{1}{2}x$ ב. A(6,3), B(-2,-1) ג. 20. (45) א. 3. ב. $-\frac{4}{3}$, $y = \frac{3}{4}x - 12\frac{1}{2}$.
 ג. 18.75. (46) א. (0,10), (24,0) ב. $(x-12)^2 + (y-5)^2 = 169$ ג. $140\frac{5}{6}$.
 (47) א. $(x-4)^2 + (y-8)^2 = 20$ (48) א. (0,1), (0,9), (3,5) ב. 18.
 ג. $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 25$ ד. $y = 0$, $y = 10$, $x = 8$, $x = -2$ (49) א. (5,-5).
 ב. $(x-5)^2 + (y+5)^2 = 25$ ג. (8,-1) (50) א. $y = -2x + 9$ ב. $(x-5)^2 + (y+1)^2 = 20$.
 ג. $y = 3.47$, $(y = \sqrt{20}-1)$ (51) א. (7,-1), (1,5) ב. $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 20$.
 (52) א. $(x-8)^2 + (y-10)^2 = 100$ ב. (1) 10. (2) (18,10) (3) ישר זווית ושווה שוקיים.